LA
STATIQUE
OU
LA SCIENCE
DES
FORCES MOUVANTES.

Par le P. IGNACE GASTON PARDIES, *de la Compagnie de* JESUS.

SECONDE EDITION.

Dono Leonard add. Biblio Stud. Acad. Laus. anno 1789.

A PARIS,

Chez SEBAST. MABRE-CRAMOISY, Imprimeur du Roy, ruë S. Jacques, aux Cicognes.

M. DC. LXX[illegible]

Avec Privilege de [illegible]

PREFACE.

CE Traité eſt une ſuite d'un diſcours du Mouvement Local, qu'on avoit déja publié, dans le deſſein de faire une Méchanique entiére, & de réduire en ordre toute la ſcience du Mouvement. Ceux qui ſçavent la maniére dont ont procede aujourd'huy dans la conſideration de la Nature, & dans la pratique des Arts, ſçavent auſſi les avantages que l'on trouve dans la connoiſſance des loix du Mouvement. Et comme il eſt certain que rien ne ſe pratique dans les Arts, ſans l'uſage de la Méchanique; auſſi il faut reconnoître que rien ne se peut expliquer dans les effets particuliers de la nature, si l'on n'y emploie les démonstrations de cette science. C'est la Méchanique qui prescrit les regles de l'une & de l'autre architecture, je veux dire de la Civile & de la Militaire. C'est-elle qui bastit les vaisseaux, & qui les gouverne. Elle dresse des machines, pour enlever avec facilité les plus lourds fardeaux. Elle regle la conduite des eaux, & elle en ménage le cours & les saillies dans les moulins, & dans les maisons de plaisance. Elle anime les Orgues sans soufflets, & les fait joüer par la seule chûte des eaux. Elle fait parler les rochers dans les grottes artificielles, où elle imite le chant des oiseaux, & nous y fait entendre les plus doux concerts. Voilà une partie de ce qu'elle fait, quand elle est employée par l'artifice des hommes : Mais que ne fait-elle pas, quand elle est employée par l'industrie de la Nature même ? N'est-ce pas elle qui affermit inébranlablement la terre sous nos pieds, & qui assigne à tous les corps la place qu'ils doivent tenir dans l'Univers ? Oüi, c'est-elle qui arrondit la surface de la mer, & qui en filtre les eaux par les conduits soûterrains, pour en faire sortir les fontaines & les riviéres ; c'est-elle qui suspend les nuées au milieu de l'air, qui les pousse en divers endroits par le vent, & qui en exprime la pluye, pour fertiliser les campagnes ; c'est-elle qui fait descendre en bas les corps pesans, avec ce redoublement de vîtesse & cette proportion que les Philosophes ne peuvent assez admirer ; c'est-elle qui donne le branle à tous les cieux, & qui les entretient dans ce mouvement si reglé; c'est-elle encore qui fait voler les oiseaux dans l'air, qui fait nager les poissons dans l'eau, & marcher les animaux sur la terre; c'est par son moyen que se fait le battement du cœur, la circulation du sang, la distribution des esprits, & la respiration; c'est-elle qui porte en rond de tous costez la lumiére & les sons, qui les fait reflechir, ou qui les rompt dans les échos, dans les miroirs, & dans les lunettes. En un mot, rien ne se fait sans elle, ni dans l'art, ni dans la nature: de-sorte qu'il n'est pas possible de réüssir dans la considération de l'une, ou dans la pratique de l'autre, sans la connoissance & l'usage de la Méchanique.

Il faut néanmoins avoüer, que cette science si belle, si curieuse, ſi néceſſaire, a eſté étrangement negligée pendant long tems. Ariſtote à la verité fait de tres-belles réflexions là-deſſus; mais ſes penſées ſont limitées aux ſeules Forces Mouvantes, qu'il applique au maniment des chevaux, à la conduite des navires, à la conſiſtance & au mouvement des animaux. Ce que nous avons d'Archimede n'eſt proprement que la démonſtration du levier, & de la balance, & de quelques machines qui en dépendent. Heron a traité des fontaines artificielles & des arcs-baleſtres. Ce qu'a fait Vitruve eſt un peu plus étendu; Mais outre que ce n'eſt-là qu'une tres-petite partie des Méchaniques, on peut dire que ſi l'on a du plaiſir à faire jouër toutes ces petites machines; ſi l'on en retire même quelque profit, on n'y trouve pas un grand ſecours pour la connoiſſance de la Nature. Voilà néanmoins où se réduit toute la science des Anciens : elle est venuë en cét état jusqu'à nous, sans que parmi tant de commentaires & tant de compilations qu'on a faites, personne se soit mis en peine depuis tant de siécles de luy donner quelque nouvelle perfection ; jusqu'à ce que dans ces derniers tems, si heureux à faire de nouvelles découvertes, on a veû des personnes qui se sont attachées à cultiver cette science, ou plûtost qui se sont fait une *Science toute nouvelle du Mouvement*. Certainement Galilée a eû droit de mettre à la teste de son Ouvrage ce titre de *Science nouvelle*, puis qu'il y traite de *l'acceleration* des poids dans leur chûte, de la vîtesse des corps sur les plans inclinez, des *vibrations* des pendules & des cordes tenduës, de la résistance & de la rupture des corps, & de beaucoup d'autres choses, qui estoient auparavant inconnuës. Torricelli a encore donné de l'éclat aux inventions de Galilée par ses nouvelles experiences du vuide, & par les beaux raisonnemens qu'il a faits sur l'équilibre des liqueurs. Mais si ces excellens hommes ont eû assez d'esprit, pour inventer une nouvelle science, ils n'ont pas eû assez de bonheur pour *luy* donner la derniére perfection; car, il faut l'avoüer, il manque bien des choses à cette science, telle qu'*ils* nous l'ont donnée, pour faire une Méchanique complete; elle ne traitte pas toutes les matiéres; elle ne prouve que par l'experience beaucoup de choses, qui se doivent prouver par les principes de la nature; elle est dissipée en plusieurs traittez, qui n'ont point de liaison ensemble;

elle a même des défauts, & on y remarque des erreurs, qui sont à la verité bien pardonnables dans une matiére si délicate, mais qui aprés tout ne laissent pas de donner quelque inquiétude à ceux qui demandent la derniére exactitude dans les raisonnemens physiques.

On a veû ensuite de tres-grands hommes, qui ont heureusement travaillé à cultiver & à perfectionner cette science. Les experiences continuelles que l'on a faites en divers endroits de l'Europe; les traitez qu'on a publiez des loix du Mouvement, de la résistance des corps, de la force des percussions, de l'équilibre des liqueurs, de la dureté, de la pesanteur, & beaucoup d'autres, sont asseûrément des ouvrages dignes de la subtilité de leurs Auteurs, & de la politesse du siécle; mais aprés tout, on ne peut pas dire que ce soit-là une Méchanique. Ce sont de belles parties, mais elles ne sont pas un corps, puisque ce sont des productions de divers Auteurs, qui ont eû diverses veûës, qui n'ont point concerté ensemble, pour concourir à un même dessein, & qui même ont raisonné sur des principes differens.

J'avois toûjours esperé que ce grand Ouvrage de M. Wallis, que nous attendions depuis si long temps, comprendroit tout ce qu'on peut souhaitter sur ce sujet; & je n'en doutois presque plus, quand je vis trois grands Tomes in 4° sous le titre de *Méchanique & de Science du Mouvement*. Mais j'ay trouvé que cét Ouvrage, excellent en soy & admirable, est plus propre à contenter ceux qui sont déja consommez dans cette science, qu'à instruire ceux qui veulent l'apprendre. Car outre qu'il s'en faut bien qu'il ne comprenne tout, il est écrit d'une maniére si sçavante & si géometrique, qu'il y a fort peu de personnes capables de le comprendre.

Je me suis donc résolu de faire tout un corps de Méchanique, suivant la belle idée que nous en a donné Pappus, où je pusse ramasser tout ce que divers Auteurs ont trouvé sur ce sujet, avec ce que je pourrois découvrir moy-même, si j'avois le bonheur d'inventer rien de nouveau. Je divise tout cét Ouvrage en six discours, dont le premier est celui qui à déja paru, qui traitte du Mouvement en géneral, de la maniére dont il est produit, comment il se peut conserver & se communiquer; des loix de la percussion, des regles de la réflexion, & de plusieurs propriétez ſemblables du Mouvement conſideré dans un état libre de tout autre empêchement. Le ſecond diſcours, eſt celuy-cy qui traitte de ces ſortes de mouvemens qui ſe font avec quelque violence, en ſurmontant la réſiſtance qui ſe rencontre d'ailleurs. Outre la démonſtration de toutes les machines mouvantes, dont la force ſe réduit à celle de la balance, on y fait quelque réflexion ſur l'impoſſibilité du mouvement perpetuel: on y traitte des corps ſuſpendus, attachez par un ou par deux bouts, de la maniére dont ils ſe rompent, de la figure qu'ils prennent en ſe courbant; & en particulier, on montre des cas où les cordes tenduës feroient Paraboliques, Hyperboliques, Elliptiques, ou Circulaires. On examine la force des Tours & des Pyramides, on fait voir l'endroit où elles sont le plus foibles ; on détermine les figures qu'il faudroit leur donner pour les rendre les plus parfaites, & afin qu'elles résistassent également par tout à la violence des vents ; on donne des regles génerales de la résistance des corps ; on indique le moyen d'appliquer ces regles génerales aux cas particuliers, qui concernent l'architecture & les autres effets de la Nature & de l'Art ; & prenant un exemple du mouvement d'un Vaisseau, l'on fait remarquer l'usage que l'on peut faire des regles de Méchanique. Il y a dans ce discours quelques propositions, qui donneront peut-estre un peu de peine à ceux qui ne sont pas accoûtumez aux démonstrations géometriques ; mais ils peuvent les passer, elles ne sont pas absolument nécessaires. J'ay voulu néanmoins les mettre, parce qu'elles sont tres-utiles, & que dans la suite de cette Méchanique, elles serviront beaucoup pour déterminer bien des choses, qu'on ne sçauroit résoudre sans cela.

Le troisiéme discours, est du mouvement des corps pesans, où, sans rien supposer de nouveau, l'on démontre toutes les propriétez de ce Mouvement, soit que les corps descendent par leur propre poids, ou qu'ils se mouvent estant poussez avec violence. On y voit la raison de cette augmentation ou diminution merveilleuse de vîtesse des corps, qui passent en montant & en descendant par tous les degrez imaginables de lenteur. Galilée n'a montré ces propriétez, qu'en supposant une définition qu'on luy a contestée. Baliani a voulu donner une autre progression au mouvement de ces corps. Ces deux Auteurs ont eû leurs partiſans, & l'on a veû groſſir les volumes des conteſtations qui ont duré ſi long temps entre M. Gaſſendi & le P. le Cazre, juſqu'à ce que l'affaire ſembloit avoir eſté terminée par trois grands Géometres; M. Huygens, & le P. de Billy ayant démontré que la progreſſion de Baliani eſtoit impoſſible; & M. Fermat ayant fait voir qu'il ne faudroit pas moins d'une éternité toute entiére à un corps, qui deſcendroit, avec cette proportion de vîteſſe, de la hauteur d'un pied. Tous les ſçavans s'eſtoient rendus à des démonſtrations ſi réguliéres; mais le P. Lalouvére, illuſtre par les grandes découvertes qu'il a faites dans la Géometrie, eſt ſurvenu, & a fait voir que nonobſtant toutes ces démonſtrations, la progreſſion de

Baliani estoit tres-possible & tres-naturelle; & la maniére dont il l'a defenduë, a paru si belle, que M. Fermat luy-même n'a jamais pû y trouver rien à redire. On trouvera tout cela expliqué dans ce discours; & on y verra que cette premiére pesanteur, où ce degré determiné de vîtesse sur quoy est fondée la démonstration du P. Lalouvére, ne peut subsister. On explique aussi une progression toute semblable, qui se trouve dans le mouvement du bras, ou du pied, ou des instrumens que l'on tient quand on frappe. On fait voir encore une autre sorte de progression, qui se rencontre dans les boulets d'un canon, ou dans les fléches qu'on pousse avec une arc-balestre; on examine le mouvement sur des surfaces inclinées; & c'est-là que l'on démontre cette proposition si estimée, que je sçay que M. Huygens a démontrée aussi, touchant le mouvement qui se feroit sur une Cycloïde.

Le quatriéme discours, est du mouvement des corps liquides, où l'on démontre, sans rien supposer, tout ce que nous voyons arriver dans la vîtesse des liqueurs, dans la force de leur pression, dans la direction & dans la figure qu'elles prennent dans leurs saillies, dans leur écoulement, dans leur équilibre. Sous le nom de corps liquides, on comprend ici l'air, & tous les corps qui ne sont pas durs; desorte que dans ce Traitté on trouvera tout ce qui concerne cette science, qu'on appelle la *Pneumatique*, la force des ressorts, la raréfaction & la condensation, la violence épouvantable de la poudre embrasée; enfin on y verra toutes ces nouvelles experiences du vuide, & la raison de tous ces effets surprenans que l'on y remarque.

Le cinquiéme discours, est du mouvement de *Vibration*, c'est-à-dire, de tous les corps qui font un mouvement réciproque allant & venant, comme font les pendules, les cordes tenduës, les ressorts, & plusieurs autres corps. L'on y décrit une pendule, dont toutes les vibrations sont d'une égale durée; l'on démontre aussi que toutes les vibrations d'une corde tenduë durent également; que les vibrations de deux cordes d'égale grosseur, & également tenduës, sont en raison réciproque des longueurs des cordes, au-lieu que dans les pendules elles sont seulement en raison sous-doublée; que dans les cordes égales, les vibrations sont en raison sous-doublée des forces ou des poids qui les tendent; que les vibrations sont encore en raison sous-doublée des grosseurs des cordes d'égale longueur, & également tenduës. Desorte que l'on démontre par les causes tout ce que l'experience nous fait remarquer dans les sons & dans l'harmonie des cordes tenduës.

Le sixiéme discours, est du mouvement *d'Ondulation*. Sur l'exemple de ces cercles qui se font dans la surface de l'eau quand on y jette une pierre. On considere quelques semblables cercles qui peuvent se former dans l'air, & même dans quelques autres substances plus subtiles, que de tres-manifestes experiences nous convainquent estre répanduës par tout. Et c'est ce mouvement que nous appellons *Mouvement d'Ondulation*, qui servant de jeu & de divertissement aux enfans, peut servir de sujet d'une tres-profonde meditation aux plus habiles Philosophes. On examine donc comment ces cercles se peuvent former, comment en suite leur mouvement se communique, quelles sont les lignes de leur direction, avec quelle force ils pourroient agir prés ou loin, comment ils se réflechiroient, & comment *ils se* romproient; & puis supposant avec tous les Philosophes, que le son a pour vehicule cette sorte de mouvement dans l'air, on explique tout ce qui concerne les sons; & faisant une conjecture *sur la* propagation de la lumiére, on examine si l'on ne pourroit pas aussi supposer, que la lumiére eust pour vehicule quelque semblable mouvement dans un air plus subtil; & l'on fait voir qu'en effet dans cette *hypothese* on expliqueroit d'une maniére tres-naturelle toutes les propriétez de la lumiére & des couleurs, qu'on a bien de la peine à expliquer ſans cela ; & j'eſpere qu'on aura quelque ſatisfaction de voir la maniére dont on y démontre la meſure des réfractions.

Voilà le deſſein de cét ouvrage, dans lequel, outre un grand nombre de propoſitions géometriques, dont la nouveauté agréera peut-eſtre aux ſçavans, on y verra quantité de pratiques curieuſes & utiles dans les Arts, & pluſieurs démonſtrations, qui donneront ouverture pour la déciſion des plus belles queſtions de Phyſique. Pour l'Art, on y a mis les plus importans avis qui concernent la conduite des Eaux ; on y décrit des moulins-à-vent propres à lever les eaux, qui vont jour & nuit à tous vents, ſans qu'il ſoit beſoin d'y toucher. On y donne la proportion de la quantité de la poudre qu'il faut dans les mines & dans les canons ; on y prescrit les regles qu'il faut observer, pour jetter seûrement les bombes ; on y détermine la longueur qu'il faut donner aux canons, pour les faire porter le plus loin qu'il se peut ; on y décrit quelques machines nouvelles propres à divertir ; on y fait même le mouvement perpetuel. Mais pour la Physique, on y donne le moyen d'expliquer par les loix de la Méchanique le Systême de Tycho, ce que la plusPart des Mathematiciens avoient crû impossible. On y démontre l'impossibilité du mouvement des Atomes d'Epicure. L'on y fait voir aussi que le mouvement des cieux ne peut provenir de leur forme, c'est-à-dire, que ce mouvement ne peut proceder d'un principe interne & naturel en la maniére que nous disons, que les corps pesans ou legers se meuvent en bas ou en haut par un principe interne & naturel. On donne une maniére méchanique d'expliquer la dureté des corps, & la résistance qu'ils font à se rompre; ce qui n'est pas une si petite affaire que l'on pourroit bien s'imaginer. Le flux & reflux de la mer, l'origine des fontaines, & plusieurs choses semblables, y sont encore réduites aux loix de la Méchanique.

J'ay bien voulu mettre ici le détail de tout mon dessein, afin de pouvoir profiter des avis des personnes intelligentes, qui ne sçauroient m'obliger plus sensiblement, que de m'avertir de ce qu'ils jugeroient à propos de changer ou d'ajouster à ce que je viens de proposer.

LA STATIQUE OU LA SCIENCE DES FORCES MOUVANTES.

IL arrive ſouvent que les corps ont une telle liaiſon entre eux, que les uns ne peuvent ſe mouvoir ſans les autres; & quelquefois même, les uns faiſant

I.
Les forces contraires dans les poids.

effort de ſe mouvoir à contre-ſens des autres, ils s'empêchent mutuellement ; ſi leurs forces ſont égales ; & ſi elles ne le ſont point, le plus fort l'emporte, & oblige le plus foible à ſe mouvoir contre ſa propre inclination. Ainſi nous voions que dans une balance, un poids ne peut deſcendre ſans que l'autre ne ſe hauſſe ; & chacun faiſant effort d'aller en bas à cauſe de ſa peſanteur, tous deux demeurent en équilibre lors qu'ils ſont égaux : mais s'ils ne le ſont point, le plus grand l'emporte, & contraint le plus petit de monter contre la nature & l'inclination des corps pesans.

II. Et dans d'autres corps.

Si au lieu de mettre deux poids égaux dans les deux plats de la balance, on n'en mettoit qu'un d'un côté, & que de l'autre un homme prît le plat avec la main, & le tirât en bas, il pourroit se faire que cét homme temperât en telle sorte la force dont il tire, qu'il soûtiendroit le poids opposé, sans l'obliger de monter davantage, & sans lui permettre aussi de descendre. En ce cas nous concevons que la force de cette main seroit égale à celle du poids; & si maintenant au lieu de ce même poids, on ſuppoſoit qu'une autre main tiraſt de ſon coſté, avec autant de force que faiſoit le poids ; alors nous concevons une eſpece d'équilibre entre ces deux mains, qui tirant à forces égales chacune de ſon coſté, ne peuvent ſe ſurmonter l'une l'autre, & par conſequent demeurent toutes deux immobiles.

III. Sont le ſujet de la Statique.

C'eſt donc de ces forces neceſſaires pour mouvoir les corps nonobſtant la réſiſtance des forces contraires, qui agiſſent de leur coſté pour empeſcher ce mouvement ; c'eſt, dis-je, de ces forces que nous devons traitter maintenant, & c'eſt cette Science que nous appellons la *Statique*, qui ne convient pas ſeulement à la force qui ſe rencontre dans les corps peſans, mais auſſi à tout autre effort imaginable qui peut ſe trouver dans les corps. Il eſt vray que comme il n'y a point de force qui ne puiſſe en quelque façon s'exprimer par la force des poids, on ſe ſert ordinairement de l'exemple des corps peſans, pour faire entendre ce qui convient géneralement à toutes ſortes de forces tractives ou mouvantes. Et c'eſt ainſi que nous allons expliquer les loix de la Statique, en sorte que sous les mots de poids, d'équilibre, & de tout ce qui a rapport à la pesanteur des corps, nous pouvons entendre géneralement les corps qui ont la force de mouvoir, qui s'empêchent, ou qui se surmontent les uns les autres.

IV. *Centre de Gravité.* *Le centre de gravité* ou de pesanteur d'un corps, est le point, d'où ce corps estant suspendu demeureroit en équilibre. Si l'on attache un filet au bout d'un long baston, & qu'on le suspende, il est bien manifeste que le baston panchera ; mais si l'on attache le filet au milieu du baston, on pourra si bien rencontrer, que le baston estant suspendu, ne panchera plus ny d'un costé ny d'un autre, & y ayant une égale pesanteur dans les deux moitiez du baston, il demeurera en équilibre. Et ce milieu de pesanteur, d'où le baston supendu demeure ainsi en équilibre, est le centre de gravité du baston.

V. *Où il est dans un corps regulier.*

Si le baston estoit tout uniforme, & parfaitement tourné en cylindre, aussi gros par un bout que par l'autre; & que de plus il fust d'une matiére qui fust par tout également pesante, alors le centre de Gravité seroit le même que celuy de la figure du baston ; c'est-à-dire, qu'en prenant le point du milieu de tout le baston, on auroit aussi en ce même point le centre de Gravité ; puis qu'il est bien visible, que si on le suspendoit de ce point, il demeureroit en équilibre, y ayant une égale pesanteur de part & d'autre, appliquée de même maniére, comme il y auroit une égale quantité de matiére.

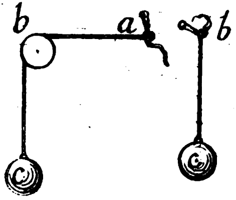
VI. Et dans un irregulier. Mais si le baston estoit composé de diverses matiéres qui ne fussent pas également pesantes ; par ex. si vne moitié estoit d'ébéne, qui eſt un bois fort peſant, & l'autre de ſapin, qui eſt plus leger; alors le centre de Gravité ne ſeroit pas au milieu du baſton, puiſque la moitié qui eſt d'ébéne eſtant plus peſante, l'emporteroit par deſſus celle de ſapin, qui eſt plus legere; ainſi pour trouver le centre de gravité, il faudroit avancer dans la moitié d'ébéne.

VII. Corps Homogénes, & Heterogénes.

Les corps qui ſont compoſez de matiéres ainſi diverſes en peſanteur s'appellent *Heterogénes*, & ceux qui ne contiennent qu'une matiére uniforme, & par tout également peſante, s'appellent *Homogénes*.

VIII. Ligne de direction.

La ligne de direction eſt la ligne par laquelle ſe fait la traction. Comme lorſque un poids *c*, eſtant ſuſpendu par un filet *c b*,



tire par ſa peſanteur le clou *b* auquel le filet eſt attaché, la ligne de direction ſera celle qu'on peut imaginer, paſſant par le clou, & allant droit en bas, telle qu'eſt le filet même *b c*, parce qu'en effet le poids tire pour lors droit en bas ſelon cette ligne. Mais ſi le filet paſſant ſur vne poulie *b*, va prendre à un clou *a* qui ſeroit à coſté ; alors la ligne de direction, à l'égard du clou *a*, ſera la ligne *a b* qui ira de coſté, & non pas en bas, parce qu'en effet le clou eſt tiré de coſté, & non pas en bas.

Comme l'on remarque que les corps peſans tombent toûjours en droite ligne vers le centre de la terre, lors qu'on les laiſſe tomber librement ; on dit auſſi que dans le centre de la terre eſt le *centre des* *IX. Centre des Graves.*

graves, c'eſt à dire, le point où tendent tous les corps peſans. De-ſorte qu'il faut bien diſtinguer *le centre de gravité*, d'avec le *centre des graves*, ou des corps peſans.

X. *Les lignes de direction des corps ſuſpendus ſont cenſées paralleles.*

Comme les lignes de direction de pluſieurs corps ſuſpendus vont droit vers le centre des graves, c'eſt-à-dire, vers le milieu de la terre; toutes ces lignes ſe coupent en ce point, & par conſequent ne ſont point paralleles entr'elles, en parlant à la rigueur; & c'eſt un paradoxe tres-veritable, que les deux murailles oppoſées dans une ſalle ſont plus épaiſſes &

plus écartées l'une de l'autre aut haut qu'au bas si elles sont tout-unies, & faites exactement à la regle & au plomb : cela est vray dans la rigueur mathematique ; mais cette difference est trop petite, pour pouvoir estre remarquée par les sens : De-sorte qu'ayant égard à ce qui est sensible, nous pouvons dire que ces murailles sont paralleles, & d'une égale épaisseur par tout. Et c'est ainsi que l'on peut supposer aussi, que toutes les lignes de direction des corps que nous voyons suspendus auprés de nous, sont paralleles entre elles.

XI. *Les corps defcendent toûjours quand ils peuvent,*

C'eſt une maxime generale, que les corps peſans deſcendent toûjours autant qu'ils peuvent; c'eſt-à-dire, qu'ils vont toûjours au lieu le plus bas, où ils peuvent aller, lors qu'ils ne ſont point arreſtez par quelque autre corps qui s'oppoſe à leur deſcente. Ainſi mettant une boule ſur le haut d'un toit, elle roulera en bas, parce qu'elle le peut, ne trouvant aucun obſtacle qui l'arreſte; car ſa peſanteur la portant toûjours en bas, il faut qu'elle y aille en cette rencontre.

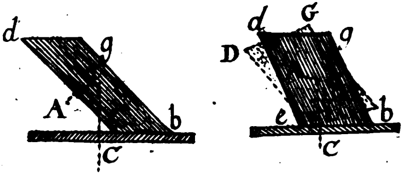
XII. *Meſme ſur un panchant.*

Il en faut dire de meſme d'un corps plat & bien uni, qui ſeroit poſé auſſi ſur un toit, ou ſur un autre panchant; car ce corps plat ne trouvant rien qui l'arreſte, & l'uniformité des ſurfaces ne l'empêchant nullement de gliſſer, il faut qu'il gliſſe juſqu'au bas.

XIII. Vn corps demeure lors qu'il ne peut ſe remuër ſans que ſon centre de gravité ne monte.

Quand on dit qu'un corps deſcend lors qu'il peut aller plus bas, il faut entendre cela à l'égard de ſon centre de gravité; car c'eſt ce centre qui regle tout, puiſque c'eſt en ce point proprement que ſe fait le principal effort de deſcendre. De-ſorte, qu'afin que le corps ſe meuve, il faut que le centre de gravité puiſſe deſcendre, autrement il ne bougera point. Ainſi le corps

2 1

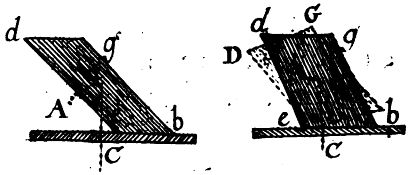


g b e d de la premiére figure eſtant poſé ſur une table, nous pourrions bien imaginer qu'il panchaſt vers *D* pour tomber; mais parce que cela ne ſe peut, ſans que ſon centre de gravité qui eſt en *a* ne ſe hauſſe vers *A*, le corps doit demeurer dans cette ſituation ſans branler.

D'où l'on voit, qu'afin qu'un corps demeure ferme ſur une table, ou ſur quelque autre appuï que ce ſoit, il faut que ſon centre de gravité ne puiſſe deſcendre; & pour cela il ſuffit, lors que le corps qui ſoûtient n'eſt point incliné, que ſa ligne de direction (c'eſt-à-dire, la ligne qui paſſe de ſon centre de gravité vers le centre des graves) tombe en quelque part dans la baſe même du corps. Et au contraire, ſi cette ligne tombe hors le pied, ou la baſe du corps; ce corps trebuchera infailliblement. Ainſi le corps *a* doit tom-

XIV. Et lors que ſa ligne de direction paſſe par ſa baſe.

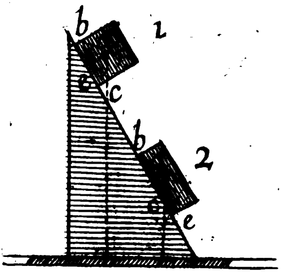
2 1



ber dans la deuxiéme figure, parce que son centre de gravité estant en *a*, & sa ligne de direction *a c* tombant hors le pied *e b*, tout le corps *a* peut se pancher vers *A*, en sorte qu'insistant toûjours sur le coin *e*, son centre *a* se mouvera vers *A*, décrivant une partie de cercle, dont le centre seroit *e*; & comme l'on voit aisément que le centre de gravité *a* feroit bien plus bas en *A*, ſans qu'il ſoit beſoin de le démontrer ; il faut dire auſſi que tout le corps trebuchera. Mais dans la premiére figure il demeurera, parce que la ligne de direction *a c* tombant au dedans du pied de ce corps *b e*, ce même corps ne ſçauroit pancher ny d'un coſté ny d'un autre, par ex. vers *D*, ſans que ſon centre *a* ne montaſt vers *A*.

XV. Quels corps gliſſent, & quels roulent ſur un panchant.

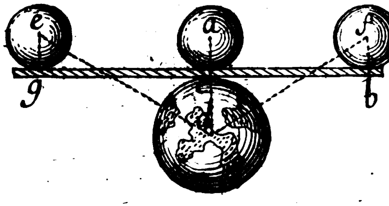
L'on voit encore que ſi la table qui ſoûtient les corps eſt inclinée, ces corps doivent quelques-fois rouler en deſcendant, & quelques-fois gliſſer. Car



ſi la ligne de direction *a e* tombe hors le pied *e b*, (dans la premiére figure) le corps roulera ; mais ſi elle tombe au dedans du pied, comme dans la 2. figure, le corps gliſſera ; ce qui eſt aſſez manifeſte.

XVI. Un Globe ſur un plan.

Par cette raiſon un Globe eſtant poſé ſur quelque plan que ce ſoit, doit perpetuellement rouler, juſqu'à ce qu'il ſoit arrivé à un certain point, auquel ſeul il peut demeurer en



repos. Car imaginant le plan *b g* ſur la terre *d;* & tirant du centre des graves *d* une perpendiculaire *d c a* vers le plan *b g;* nous verrons qu'un globe pourra bien s'arreſter là, parce que ſa ligne de direction *a c d* paſſera par le point *c*, ſur lequel s'appuie le Globe. Mais en quelque autre part que l'on ſe figure le globe, comme en *e* ou en *f*, il pourra deſcendre, & rouler vers *a*, parce qu'alors ſa ligne de direction *e d* ou *f d* paſſera hors le point d'appui *g* ou *b*. Ainſi l'on voit la verité de ces paradoxes, qu'on ne ſçauroit marcher ſur un plan, ſans monter ou ſans deſcendre; qu'un homme allant toûjours vers un même endroit dans une allée toute platte, deſcendra quelquesfois, & quelquesfois montera; qu'il pourra aller ſi avant dans cette allée, qu'il lui faudroit enfin grimper, & qu'il ne pourroit plus se tenir.

XVII. Un corps se soûtient d'autant plus fermement, que sa base est large.

L'on voit encore que plus le pied des corps sera large, plus aussi les corps seront-ils fermes, & se soûtiendront plus inébranlablement; car pour les faire tomber, il faut les remuer, en sorte que leur ligne de direction vienne à sortir hors de leur pied, & alors ils tomberont de leur propre poids. Mais il est manifeste qu'il y aura bien plus de peine à tirer cette ligne hors le pied, quand ce pied sera fort large, que quand il sera fort étroit.

XVIII. *Une aiguille ne peut se soûtenir sur sa pointe.*

Ainsi quoy-que parlant à la rigueur, une aiguille puisse se soûtenir toute droite, estant posée sur sa pointe sur une table de marbre, il n'est pas néanmoins possible qu'elle y demeure, parce que n'estant appuiée que sur sa pointe, qui est presque indivisible, le moindre effort du monde est suffisant pour l'ébranler, & pour faire sortir sa ligne de direction hors de ce pied, qui est si petit, quand elle y seroit une fois, & comme l'air est dans une perpetuelle agitation, cette agitation sera plus que suffisante pour commencer

à

à mouvoir l'aiguille, & la déterminer à tomber.

XX. *Quelques grands corps se soûtiennent quoy que panchez ou sur une base étroite.*

Il ne faut donc pas s'étonner, si quelques tours subsistent depuis plusieurs siécles, quoy-qu'elles panchent tout d'un costé, & qu'elles semblent menacer de ruine; parce que ces tours peuvent avoir esté basties avec cét artifice, ou bien méme cela peut estre survenu par quelque accident imprévû, que le centre de tout le fais de ces grandes masses s'appuïe directement sur leur pied. De même, il ne faut pas s'étonner, si cét Obelisque prodigieuse de Rome se soûtient inébranlablement sur son pied-estal, sans y estre autrement cimentée que par son propre poids : car quoy-que son pied soit fort étroit en comparaison de sa hauteur, cette masse néanmoins est si lourde, & d'un poids si énorme, qu'il n'y a violence de vent assez forte pour l'ébranler suffisamment, & pour faire sortir sa ligne de direction hors de sa base.

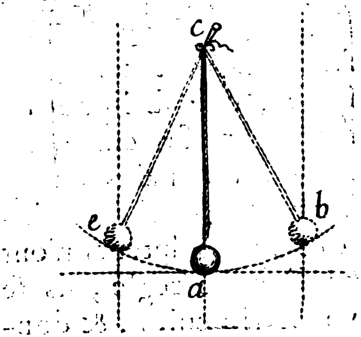
XXI. Loix de mechanique observées par les animaux & par les Peintres.

Cette loy mechanique que je viens d'expliquer s'observe exactement dans tous les effets de la nature; mais il y a quelque chose d'admirable dans la maniére dont tous les animaux en usent, pour se soûtenir,

& s'empêcher de tomber, de quoy nous parlerons en un autre endroit. Cependant, il faut remarquer generalement, que tout animal, en quelque posture qu'il soit, est tellement dispose, que sa ligne de direction passe entre ses pieds ou les mains qui le soûtiennent; & si les Peintres & les Sculpteurs n'ont égard à cette regle, ils se rendent ridicules, & donnent aux animaux des postures qu'ils ne sçauroient avoir.

XXII. *Les corps suspendus demeurent en repos quand*

Les corps qui sont suspendus demeurent en repos, lors que leur ligne de direction passe par le point d'où ils ſont ſuſpendus ; & ſi on les tire de là, ils y reviennent d'eux-mêmes par leur propre poids.



Par exemple, ſi le corps *a* eſt ſuſpendu au clou *c*, ſa ligne de direction eſtant *c a*, il demeurera là ; mais ſi on le tire vers *e*, ou vers *b*, il pourra deſcendre vers *a* ; puis qu'il eſt bien viſible que dans l'arc *eab*, dans lequel se mouvroit le corps suspendu, le point le plus bas est *a*, & par consequent le corps descendra vers ce point.

XXIII. Un corps ne change point de pesanteur, pour changer de situation ou de figure.

Nous devons faire réflexion qu'un corps ne change point en soy de pesanteur, pour changer de figure, ou de situation. Ainsi une masse de plomb qui pese une livre lors qu'elle est ronde, pesera encore une livre lors qu'elle sera quarrée, soit qu'elle regarde le Midi ou l'Orient. Et si l'on posoit cette masse de plomb dans le plat d'une balance, on trouveroit toûjours le même poids. Et de même, l'effort qu'elle feroit estant suspenduë librement à un clou par un filet, feroit toûjours le même, quelque figure & quelque situation qu'elle puisse avoir.

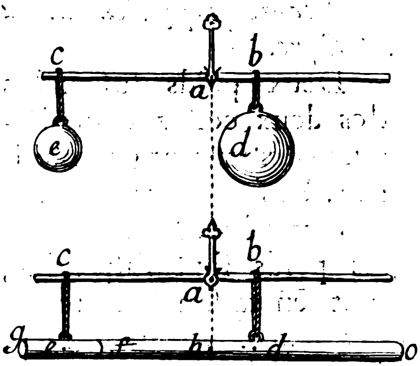
XXIV. *Un corps suspendu par un filet ou par une verge roidie tire également.*

Aprés avoir imaginé un poids supendu à un clou par un filet, & en repos, nous devons aussi concevoir, que si ce filet venoit à se roidir, & à faire comme un même corps inflexible avec le poids, l'effort qui est fait à tirer le clou ne se changeroit nullement pour cela; puis qu'il est bien visible que la roideur ou la flexibilité du filet ne fait rien en cecy.

Voicy maintenant la plus importante proposition de la Statique.

Deux poids suspendus des deux costez d'une balance demeurent en équilibre, lors que les longueurs des bras de la balance d'où les poids sont suspendus, sont en raison réciproque des poids. Je m'explique. Imaginons vn baston *b c* (fig. 1. pag. suiv.) qui ait vne anse ou un filet au milieu *a*, duquel on puisse le tenir & le suspendre comme une balance ; soient de plus les deux poids *d* & *e* suspendus par les points *b* & *c*, en sorte que le poids *d* au poids *e* soit réciproque-

XXV. Proposition fondamentale de la Statique.

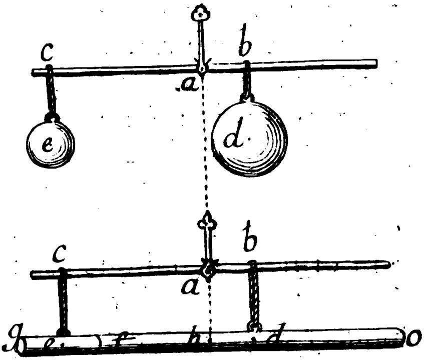


ment comme la longueur *a c* à la longueur *a b*; c'est-à dire, que si le poids *d* est double du poids *e*, la longueur *a c* soit aussi double de la longueur *a b*; ou bien si le poids *d* est triple du poids *e*, la longueur *a c* soit aussi triple de la longueur *a b*; ou bien enfin que quelque raiſon qu'ait le poids *d* à l'égard de *e*, la longueur *a c* ait auſſi la même raiſon à l'égard de la longueur *a b*; je dis que les deux poids *d* & *e* ſeront en équilibre.

XXVI. Démonſtration.

Pour démontrer cette propoſition, nous pouvons imaginer que les poids *d* & *e* changent de figure, & qu'ils ſont tous deux rallongez, en telle ſorte que tout le poids *d* ſoit étendu dans la figure *e f* (fig. 2.) deux fois auſſi longue que *a c*, afin que demeurant toûjours ſuſpendu par *b*, ſa moitié *d f* ſoit égale à *a c*. De même, le poids *e* ſoit rallongé dans la figure *g f* deux fois aussi longue que *a b*, afin que demeurant toûjours suspendu par le même point *c*, sa moitié *e f* soit égale à *ab*; ainsi ces deux poids rallongez de la sorte se toucheront dans *f*, puisque leurs moitiez *e f* & *d f* sont ensemble égales aux deux bras de la balance *a b*, *a c*: c'est-à-dire, à toute la longueur *bc*, ou bien à *d e*, qui est égale à *b c*; parce que je suppose ici que *d e* est parallele à *b c*; & que d'ailleurs les lignes *b d* & *c e* sont censées aussi paralleles (10.)

XXVII. *Démonstration.* D'ailleurs, comme nous pouvons supposer que ces deux poids ſont d'une matiére Homogéne & également peſante, il faut qu'eſtant ainſi rallongez, ils ſe trouvent de même groſſeur, & qu'ils faſſent tous deux enſemble un priſme, ou comme un baſton tout uniforme. Car puiſque tout le poids *o f* eſt à tout le poids *f g* comme *a c* à *a b*, par l'hypotheſe, ou comme la longueur *of* (double d'*ac*) à la longueur *fg* (double d'*a b*) il faut que ſuivant les regles de la Geometrie des ſolides, l'épaiſſeur de ces deux priſmes ſoit égale; parce que c'eſt une regle génerale, que les priſmes de même épaiſſeur ſont



entr'eux comme leurs longueurs ; & de même, que les prismes qui sont entr'eux comme leurs longueurs, sont de même épaisseur. Ainsi donc les deux prismes *of* & *fg* étant entr'eux comme leurs longueurs *of*, *fg* ; il faut qu'ils ſoient de même é-paiſſeur, & qu'ainſi ils faſ-ſent un priſme total, ou comme un bâton unifor-me.

Maintenant en conſide-rant ce priſme total com-me un poids unique & continu, nous trouverons que ſon centre de gravité devra eſtre en *h*, que je ſuppoſe le point du milieu de tout le corps *o g*. (5.) Or ce point *h* eſt perpen-diculairement au deſſous du point *a*, parce que tou-te la longueur *o g* eſtant double de *b c*, ſa moitié *o h* ſera égale à la même *b c*; & d'ailleurs *o d* eſtant égale à *a c*, il faut auſſi que *d h*

XXVIII. Démonſtra-tion.

ſoit égale à *a b*; ainſi *d* tombant ſous *b*, *h* tombera auſſi ſous *a*.

XXIX. *Démonſtration.*

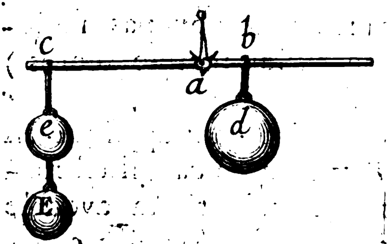
Imaginant donc que tous les filets ſe roidiſſent, & conſiderant *odbceg* comme un corps unique & inflexible, en ſorte néanmoins que toute la balance *b c* & les filets roidis ſoient conſiderez comme s'ils n'avoient aucune peſanteur; nous verrons que tout ce corps ſuſpendu par l'anſe *a* doit demeurer en repos, puiſque ſa ligne de direction *a h* paſſe par ſon centre de gravité *h*, & par le point de ſuſpenſion *a*. (22.) Donc auſſi les filets ſe ramoliſſant, & devenant fléxibles, le tout demeurera en repos comme auparavant; (24.) comme encore si nous concevons que le corps est divisé en *f*, puis qu'aussi-bien le poids *f g* demeurera en la même situation, estant suspendu par son milieu & par son centre de gravité *e*, comme feroit aussi le corps *o f*, qui est toûjours suspendu par son centre de gravité *d*. Donc enfin imaginant que ces poids *o f*, *f g* sont racourcis & remis dans la premiére figure qu'ils avoient d'abord (dans la 1. fig.) ils demeureront aussi en repos, puisque chacun estant toûjours suspendu du même point de la balance *b* ou *c*, tire de son costé de même maniére en quelque figure qu'il soit mis (23.) & par consequent ces deux corps demeurant ainsi en repos, ils sont en équilibre; ce qu'il falloit démontrer.

XXX. *Remarque sur la démonstration d'Archimede.*

Ceux qui ont quelque connoissance de ce que disent sur ce sujet les Interpretes ou les Commentateurs d'Archimede, pourront remarquer que dans la démonstration que je viens de faire on évite toutes les difficultez ausquelles est sujette la démonstration ordinaire.

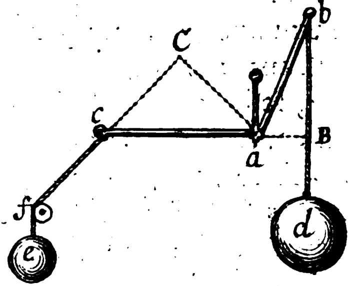
On peut faire là-dessus plusieurs réflexions importantes. Comme qu'il n'importe de rien, que les poids soient suspendus par des filets plus longs ou plus courts ; car il est bien ma-

XXXI. La longueur des filets d'où pendent les poids ne fait rien.



nifeste, que si le poids *e* suspendu par le filet *c e* est en équilibre contre le poids *d* ; il le sera aussi estant suspendu par le filet *c E*. Car quoy-qu'il y ait quelque ſujet de douter ſi les corps peſent plus lors qu'ils ſont plus proche de la terre; néanmoins, outre que cette difference qui ſe pourroit trouver dans ces petits filets eſt inſenſible, nous ſuppoſons que le même poids (& non pas ſeulement le meſme corps) qui eſtoit appliqué en *e* eſt maintenant appliqué en *E*; & en ce cas, il eſt manifeſte qu'il tirera avec le même effort le point *c*.

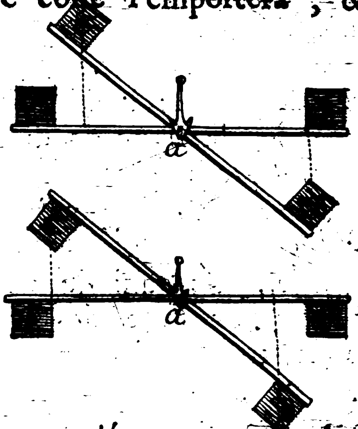
XXXII. *Comment ſe prend la longueur des bras de la balance.* De plus, on peut remarquer que le bras de la balance, d'où le poids eſt cenſé qu'il eſt ſuſpendu, ſe doit prendre en une ligne perpendiculaire à la ligne de direction. Par exemple, si



le bras de la balance *b a* est recoudé, il faut imaginer la ligne horisontale *a B*, qui va rencontrer perpendiculairement la ligne de direction *b d* en *B*, & alors le poids *d* sera censé suspendu du point *B*, & le bras sera seulement *B a*. De même, si le poids *e* tire un peu de costé par le moien d'une poulie *f*, continuant la ligne *f c C*, & tirant *a C* perpendiculaire, le bras de la balance sera censé *a C*, & non *a c*. De-sorte que la longueur du bras se doit prendre depuis le centre de la balance jusqu'à l'endroit où la perpendiculaire coupe la ligne de direction du poids. Par ex. ici les longueurs des bras sont *a B* & *a C*, & non pas *a b* & *a c*, ainsi les poids *d* & *e* seront comme *a C* & *a B*.

XXXIII. *Cas où une balance se remet d'elle-même dans son équilibre.*

On peut encore remarquer, que si les poids estant appuyez sur la balance sont en équilibre, d'abord qu'on inclinera tant ſoit peu la balance d'un coſté, le poids qui ſe trouvera de ce coſté l'emportera, &



fera entiérement trebucher la balance ; parce que dans le biais de la balance la ligne de direction *B* tombera plus loin d'*a*, & la ligne *C* tombera plus prés du même *a*. Au contraire, ſi les poids ſont attachez en deſſous; quoy-qu'on faſſe incliner un peu la balance, elle ſe remettra incontinent dans la ſituation horiſontale; parce que dans le biais de la balance, la ligne de direction *B* tombe plus prés d'*a*, & la ligne *C* tombe plus loin, ainſi *C* l'emporte.

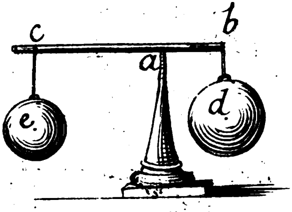
XXXIV. *Balances trompeuſes.* Il eſt aiſé auſſi de voir qu'on peut faire des balances trompeuſes en pluſieurs maniéres. Car ſi les bras de la balance ſont d'inégale longueur, les deux plats faiſant équilibre eſtant vuides, pourront encore demeurer en équilibre, en y mettant des poids inégaux. Ainsi en mettant une pistole legere dans le plat qui est suspendu au plus long bras, on croiroit qu'elle est de poids ; mais on évite cette tromperie, en échangeant la situation, & en transportant la pistole à l'autre plat où estoit auparavant le poids, & le poids à celuy où estoit la pistole. De même si les plats sont suspendus par des cordons, dont les bouts soient un peu plus bas que n'est le centre de la balance ; elle demeurera en apparence en équilibre, quoy-qu'il puisse y avoir plus de poids d'un costé que d'un autre.

XXXV. *Loix de l'équilibre observées dans les animaux.*

Enfin on peut remarquer l'induſtrie merveilleuſe de la nature, & l'uſage qu'elle fait des regles de l'équilibre, dans la compoſition du corps des animaux, dans leur conſiſtance & dans leur mouvement; car elle a tellement fait le corps des animaux, que les pieds eſtant comme le centre de la balance, ou l'appuï du levier, il y a de tous coſtez un poids égal. Et c'eſt pour cela que toutes les parties qui ſont doubles, ſont l'une d'un coſté, l'autre de l'autre également éloignées du milieu, comme les bras, les oreilles, les yeux, les reins

reins : & les parties qui ſont ſimples, ſont au milieu, comme le nez, la bouche, le menton : ou ſi elles ne ſont pas au milieu, il y a quelqu'autre partie de l'autre coſté qui les contrebalance, comme le foie & la rate, le cœur & les poulmons. De même, s'il y a par le devant des parties qui ſoient extraordinairement peſantes, il ne manque pas d'y avoir par le derriére d'autres parties qui faſſent le contre-poids ; & Galien a fait une belle remarque ſur ce ſujet. De plus, la nature a fait les animaux en telle ſorte, que dans toutes leurs postures, ils entretiennent leur équilibre, en distribuant toûjours également de part & d'autre tout le poids de leur corps. Ainsi ceux qui ont un gros ventre se panchent en arriére ; au conrraire, ceux qui sont bossus, ou qui portent quelque fardeau sur le dos, se courbent en devant. Quand nous nous baissons pour ramasser quelque chose à terre, nous reculons un pied, ou du moins toutes les fesses ; car autrement nous tomberions, y ayant plus de poids sur le devant : d'où vient qu'on ne sçauroit rien amasser à terre un peu avant, lorsque l'on met les talons joignant contre une muraille. De même, quand nous trebuchons, & que nous panchons d'un costé sur le point de tomber, nous étendons incontinent le bras ou la jambe de l'autre costé, afin que le bras ou la jambe estant ainsi éloignée au-delà des pieds ou de la ligne de direction, ils ayent plus de force pour contreballancer le reste du corps. Cét équilibre paroît encore dans les oiseaux qui volent; car leurs ailes servant d'appuy & de centre, il y a toûjours un poids égal de part & d'autre. Ainſi les oiſeaux qui ont un long col, ont auſſi de longues jambes, qu'ils étendent en arriére en volant, comme les cicognes. Quand les oiſeaux veulent s'élancer en haut, ils avancent les ailes pour les faire aller vers la teſte, afin qu'y ayant plus de poids vers la queuë, la teſte ſe hauſſe un peu, & ſoit dirigée en haut, où doit ſe faire le mouvement. Au contraire, quand ils veulent fondre en bas, ils retirent leurs ailes en arriére, afin que la teſte panchant ſur le devant, tout le mouvement ſe faſſe en bas. Il y a mille reſſexions ſemblables, que chacun peut faire aiſément, & avec plaiſir, pour peu d'attention qu'il y apporte.

Le même effet de la balance paroîtroit encore, ſi au lieu de ſuſpendre la *XXXVI. Levier ou balance appuyée.*



balance, elle eſtoit appuyée ſur quelque pointe, ſur laquelle elle puſt librement ſe balancer. Et alors, on l'appelle plus proprement, *Levier*, que balance.

Par là, on peut rendre *XXXVII. Force des ciseaux.*

tenailles; pincettes.

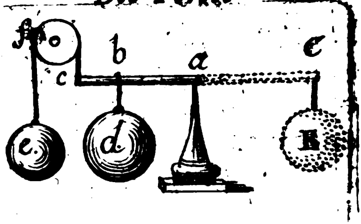
raiſon de la force des ciſeaux, des pincettes, des tenailles, & de ſemblables machines. Car ce ſont autant de leviers, ou plûtoſt

dans chacun de ces inſtrumens il y a une paire de leviers, dont le centre eſt le clou *a* qui les lie enſemble; & comme les branches qu'on tient à la main, ſçavoir *a c*, *a c*, ſont plus longues que ne ſont les ſerres *a b*, *a b*; auſſi la force qu'on applique à ces branches *c c*, a un grand effet.

XXXVIII. *Levier appuyé à ſon extrémité.*

Le levier peut avoir ſon appuy dans une extrémité. Par exemple, imaginons une barre *c a* appuyée par l'extrémité *a*; & à l'autre extrémité *c* ſoit une corde, qui paſſant par deſſus une poulie *f* ſoit attachée au poids *e*, qui fera effort pour hauſſer le point *c* de la barre. Dans un autre point *b* de la même barre, ſoit ſuſpendu le poids *d*, qui fera effort pour abaiſſer ce même point *b* de la barre. Voila donc deux efforts contraires. Si

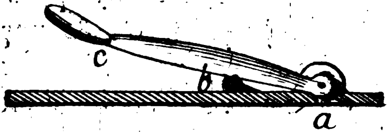
Figure ſuivante.



ces deux efforts demeurent en équilibre ſans ſe ſurmonter l'un l'autre, ils ſeront en raiſon réciproque de leurs diſtances, c'eſt-à-dire, que comme la longueur *c a* eſt à la longueur *b a*, ainſi ſera le poids *d* au poids *e*. Car imaginant que la barre eſt prolongée juſqu'en *C*; en ſorte que *a C* ſoit égal à *a c*; & ſuppoſant que le poids *E*, égal au poids *e*, ſoit ſuſpendu de *C*; ce poids *E* fera autant d'effort pour abaiſſer le point *C*, & par conſequent, pour hauſſer le point *c*, que le poids *e* en fait pour hauſſer ce même point *c*. Ainſi au lieu d'appliquer le poids *e* en *c*, on peut l'appliquer en *C*, où il demeurera en équilibre contre le poids *d*; & par conſequent (25.) ſera avec luy en raiſon réciproque des diſtances *a C*, *a b*.

XXXIX. *Force d'une ſorte de coûteau.*

Ainſi l'on voit la force de ces ſortes de coûteaux, qui ſont attachez par un bout, comme l'on peut remarquer dans la figure ſuivante. Car la piece eſtant appliquée en *b* proche du bout *a*; la force

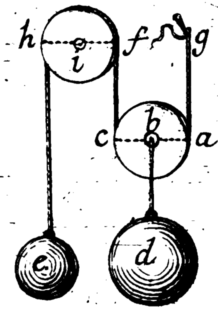


de la main en *c* aura d'autant plus d'effet, qu'elle sera plus éloignée d'*a* que ne l'est la piéce *b*. De même on voit qu'une porte serrera avec une grande force, ce qui se trouvera proche des gonds ; & que s'il y a deux hommes qui fassent effort, l'un pour ouvrir, l'autre pour fermer une porte, leur adresse consistera à s'appliquer le plus loin des gonds qu'il se pourra. De même on voit que nous avons plus de force à mordre entre les dents du fond des machoires, qu'avec celles de devant la bouche ; parce que les machoires se meuvent, comme autour d'un centre qui est vers le fond des machoires.

XL. *Des Poulies.*

Figure suivante.

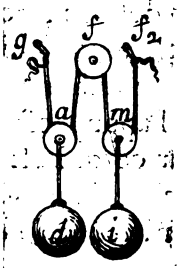
Soit une corde attachée à un clou fixe *g*, passant pardessous une poulie *a c*; & puis repassant pardessus une autre poulie fixe *f h*, & soient les deux poids *d* & *e* suspendus, l'un par le centre de la poulie *b*, & l'autre par le bout de la corde ; ces deux poids font effort l'un contre l'autre, & s'ils sont en équilibre, le poids *d* sera double de *e*.



Car il faut considerer la poulie *a c*, comme un levier appuyé sur l'extrémité *a*; & en effet, au lieu de la poulie imaginons une barre *a c* attachée par l'extrémité *a* à la corde *g a*; en suite une autre corde à l'autre extrémité *c*, par où l'on tire en haut, ou immediatement par une main, ou par le moyen d'une poulie *f h*, & d'un poids *e*. Que si maintenant on suspend le poids *d* du milieu de la barre, il eſt clair (38) que la force appliquée en *c* contrebalançant à la force appliquée en *b*, ne ſera que la moitié de *d*. Or il n'importe de rien que ce levier *a c* ſoit une barre étroite ou large, ronde ou quarrée; ce peut donc eſtre une piéce toute ronde comme une poulie. Il n'importe de rien non plus que la corde ſoit attachée en *a*, ou qu'elle ſe replie par deſſous, pour remonter par *c* vers *f*; ainſi cette poulie eſt un levier, dont l'appuy eſt au coſté *a*. Pour ce qui eſt de la poulie *f*, elle n'augmente ny ne diminuë en rien la force ; parce que nous supposons qu'elle est attachée par son centre *i*, autour duquel elle roule. Ainsi c'est une balance qui a ses deux bras égaux *i f*, & *i h*; de sorte que la force appliquée en *h* par le poids *e* pour tirer en bas le point *h*, aura le même effet que si elle estoit appliquée en *f* pour tirer en haut le point *f*.

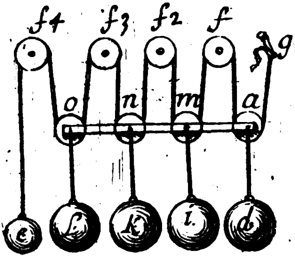
XLI. *Equilibre dans les poulies.*

Soit la corde attachée par un bout au clou *g*, & par un autre au clou *f* 2. passant par les trois poulies *a*, *f*, *m*, dont *f* a sa cheville fixe, les au-



tres deux ſont ſoûtenuës par la corde. Soient de plus les deux poids *d* & *i* égaux pendus par les deux poulies *a* & *m* ; je dis que ces deux poids ſeront en équilibre, & que le moindre effort ſuffira pour faire monter l'un, en tirant l'autre en bas ; cela eſt aſſez manifeſte. Et la même choſe arriveroit, quand il y auroit un plus grand nombre de poulies *a*, *m*, *n*, *o*, &c. ſuſpenduës par une même corde, qui iroit repaſſer par autant de poulies *f*, *f* 2, *f* 3, *f* 4, *&c.* leſquelles auroient leurs chevilles fixes; car alors tous les poids *d*, *i*, *k*, *l*, *&c.* eſtant égaux en- Figure ſuivante.

tre-eux, ils seroient en équilibre, & pourroient au moindre effort monter ou descendre.



XLII. *Des Mouffles, ou des Poulies multipliées.*

Si à l'extrémité de la corde on attache le poids *e*, qui ne soit que la moitié d'un des poids *l*, *k*, *&c.* ce seul poids *e* soûtiendra en équilibre tous les autres poids *l*, *k*, *i*, *d*, quelque grand qu'en puisse estre le nombre. Car si la corde estoit fixement attachée en *f* 3. il seroit en équilibre avec *l* (40.) mais *k* & *l* estant en équilibre par la précedente, ils tirent également de part & d'autre pour faire tourner la poulie *f* 3. chacun de son costé. Ainsi leur effort estant égal, la poulie demeure immobile, comme si elle estoit fixement attachée. De sorte que la corde *f* 3 *o* peut estre censée fixement attachée en *f* 3. car en effet les autres poids *k*, *i*, *d* n'agissent pas plus sur elle pour la tirer, que si leurs poulies estoient entiérement immobiles, & que les cordes fussent attachées en *f* 3. *f* 2. *&c.* Or si ces cordes estoient ainsi attachées, le poids *e* seroit en équilibre avec le poids *l* (40.) donc il l'est aussi, encore que la corde passe librement par dessus les poulies *f* 3. *f* 2. *&c.* ainsi le moindre effort qui pousseroit *e* en bas, suffiroit pour faire monter *l*.

XLIII. *Forces des poulies separées.*

Pensons maintenant que tous ces poids *l*, *k*, *i*, *d*, ont entr'eux une telle connexion, que déslors qu'un se hausse, les autres aussi se doivent hausser; ce qui se peut entendre, si nous imaginons que les poulies sont liées par une barre qui traverse : ou bien qu'elles ſont toutes renfermées dans une caſſette. Alors il n'y aura pas plus de peine à lever tous ces poids, qu'à lever le premier; parce qu'eſtant tous en équilibre, ils ne font aucune réſiſtance à monter ou à deſcendre, comme nous avons montré (41.) ainſi ſuppoſé qu'*e* eût la force de faire monter le premier poids *l*, au cas que ce poids *l* fuſt ſeul, ou que toutes ces poulies *f* fuſſent immobiles, il l'auroit auſſi pour faire monter tous les autres poids *k*, *i*, *d*, puiſque ceux-cy ne ſont contez pour rien, ne faiſant aucune nouvelle réſiſtance; de ſorte que toutes ces poulies *o n m a*, eſtant ainſi attachées dans une caſſette, auſſi-toſt qu'une de ces poulies *o* montera, les autres monteront auſſi ſans réſiſtance, & par conſequent feront monter les poids qui luy ſont attachez.

XLIV. *Forces des poulies jointes enſemble.*

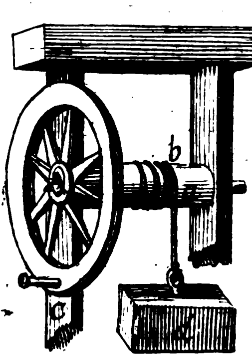
Que ſi enfin l'on imagine que tous ces poids *l k i d* ſont ramaſſez en un ſeul poids, on voit bien qu'ils ne feront pas plus de réſiſtance eſtant ainſi unis, & qu'anſi un petit poids *e* en pourra ſoûtenir en équilibre un incomparablement plus grand ſoûtenu par le moyen de plusieurs poulies disposées de la maniére qui vient d'estre décrite.

XLV. *La force est comme l'unité au nombre des poulies suspenduës.*

Il est aisé de remarquer que la proportion des forces qui se tiennent en équilibre dans les poulies, est comme l'unité au double du nombre des poulies suspenduës, comme icy y ayant quatre poulies *a*, *m*, *n*, *o*, le poids *e* d'une livre soûtiendra en équilibre un poids total *d i k l* de huit livres; & un seul homme tirant la corde par *e*, résistera à huit hommes, qui tireroient la cassette des poulies *a o*.

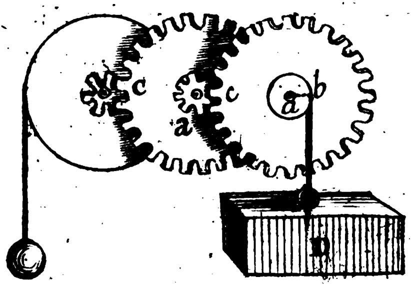
XLVI. *De l'aissieu d'une roüe.*

Soit la roüe *A C*, son aissieu *A a*, autour duquel



eſt roulée une corde qui porte le poids *d*. Une main eſt appliquée à la manivelle *C*, pour tourner la rouë, & faire monter le poids *d*. Comme la main eſt appliquée à une grande diſtance du centre *A*, ſçavoir *C A*, & que le poids au contraire eſt appliqué à une petite diſtance du centre *a*, ſçavoir *b a*; une petite force en *C* contreballancera à une grande en *b*; & les deux forces qui ſe tiendront en équilibre, ſeront comme *C A* à *b a*, c'eſt-à-dire, comme la grandeur ou le diametre de la rouë à la grandeur ou au diametre de l'aiſſieu.

Par le moyen des rouës à dents, on augmente prodigieuſement la force; car ſi la premiére rouë a ſon demi-diametre *A C* ſix ou dix fois auſſi grand que ſon aiſſieu *A B*; une force d'une livre appliquée en *C* contreballancera le poids *d* *XLVII. Des rouës à dents.*



de six ou de dix livres. Mais si cette premiére roüe engraine dans le pignon *a* d'une deuxiéme roüe, en sorte que cette deuxiéme roüe soit aussi six ou dix fois plus grande que son pignon ; une force d'une livre appliquée en *c* à la circonference de la deuxiéme roüe, fera autant qu'une force de six ou dix livres, qui seroit

seroit appliquée au pignon *a* ; & cette même force de six ou de dix livres du pignon *a* s'appliquant à la circonference de la premiére roüe *C*, fera autant qu'une force encore six ou dix fois plus grande appliquée en *B*. Ainsi une livre en *e* contreballancera à trente-six ou à cent livres en B. Que si on ajoûte une troisiéme, ou une quatriéme roüe, qui ayent aussi leurs diametres six ou dix fois aussi grands que leurs pignons, la force multipliera toûjours par six ou par dix, en sorte qu'une livre *e* appliquée à la circonference de la quatriéme rouë, contrebalancera à mille deux cens quatre-vingt-seize, ou à dix mille livres appliquées en *B*.

XLVIII. Machine pour enlever la Terre.

On voit bien qu'en multipliant les rouës, on pourroit lever un fardeau aussi lourd que toute la terre, si l'on pouvoit arrester la machine en quelque part, & avoir des cables assez forts. Et qu'ainsi ce n'estoit pas une proposition faite en l'air, & sans raison, que celle d'Archimede, de qui l'on rapporte qu'il demandoit un point hors de la terre, pour l'enlever toute entiere de sa place.

XLIX. *La force dans les rouës est multipliée comme leurs tours.*

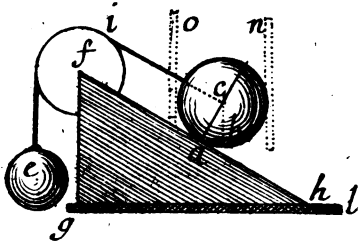
Afin que les rouës puissent joüer, il faut necessairement que les dents des pignons soient égales aux dents de la rouë, les entredeux des dents doivent aussi estre égaux : ainsi le nombre des dents des pignons & des rouës sera toûjours proportionnel à leurs grandeurs ; & si la rouë est dix fois plus grande que le pignon, elle aura dix fois plus grand nombre de dents, & par consequent le pignon fera dix fois plus de tours que la roüe. De-sorte que pour mesurer la force des roües, il ne faut que sçavoir le nombre des dents,

& voir combien de tours fait un pignon, lorſque la derniére roüe fait un tour. Par exemple, ſi l'on trouue ici que le pignon de la troiſiéme roüe fait trente-ſix tours, quand l'aiſſieu *AB* de la premiére roüe en fait un, on doit conclure qu'une livre appliquée au troiſiéme pignon contreballanceroit à trente-ſix livres appliquées à l'aiſſieu *B*; & ſi une livre eſt appliquée à la circonference de la troiſiéme roüe, qu'on ſuppoſe encore ſix fois plus grande que ſon pignon, elle aura encore ſix fois plus de force, & contreballancera à deux cens seize livres penduës par *B*.

Soit *le plan Horizontal h g*, c'est-à-dire, une table mise à niveau, qui ne panche ny d'une part ny d'une autre. Soit encore *le plan incliné h f*, c'est-à-dire, une table qui panche d'un costé. Une boule mise sur ce plan est arrestée par le moyen d'une corde *c i*, qui estant parallele au plan incliné; & passant par dessus la poulie *f* soûtient un poids *e*; en sorte que ce poids *e* tirant de son costé pour faire monter la boule; & la boule de sa part résistant par sa pesanteur, il

L. *Du plan incliné.*

Fig. suivante.



ſe fait un équilibre. Je dis que le poids qui s'appuye ainſi ſur le plan incliné, peſera plus que le poids qui eſt ſuſpendu en l'air ; & que tirant une perpendiculaire *f g* à l'horizon, le poids *c* ſera au poids *e*, comme *h f* eſt à *f g*.

L. I. *Force d'un poids ſur le plan incliné.*

Car imaginons que tout le poids de cette boule eſt ramaſſé dans une ligne ou dans un baſton *a c*, perpendiculaire au plan *h f*, qui a ſon centre de gravité en *c* comme l'y avoit la boule, & qui eſt appuyé en *a* comme l'eſtoit auſſi la boule. Il eſt viſible que la corde *i c* ſera tirée par le poids de ce baſton, de même qu'elle l'eſtoit par la boule. Imaginons encore que ce baſton eſt non ſeulement appuyé ſur le bout *a*, mais qu'il y eſt comme attaché, en ſorte néanmoins qu'il puiſſe y tourner comme ſur un pivot, pour ſe pancher vers *h*, ou pour ſe hauſſer vers *i*. Tirons l'horizontale *a b*,

& la perpendiculaire *c b*, nous pouvons considerer *c a b* comme une balance dont le centre est *a*, un bras *a c*, en sorte que le poids *e* est appliqué en *c*, & le tire perpendiculairement vers *i*; l'autre bras est *a b*, en sorte que le baston *a c* est appliqué au point *b* (32.) ainsi le poids *e* tirant d'un costé, & le baston tirant d'un autre, & ces deux corps demeurant en équilibre, il faudra que le poids du baston *a c* soit au poids *e*, comme la distance *a c* à la distance *a b* (25. ou 32.) or *a c* est à *a b* comme *b f* à *f g*; parce que ces deux triangles *a b c* & *f g h* sont semblables. Car ils ont premiérement un angle droit *b* & *g*; ensuite l'angle *b a h* estant égal à l'angle *a h g* (Geom. 1. 31.) il faut que leurs complemens *b a c* & *h f g* soient égaux. Il est manifeste que la boule fait le même effet que feroit ce baston ainsi appliqué : Donc aussi le poids de la boule est au poids *e* comme *h f* à *f g*; ce qu'il falloit démontrer.

LII. Remarque sur une loy du mouvement proposée au Discours du mouvement local.

Avant que de passer outre, il est bon de faire icy quelque réflexion, qui peut servir d'éclaircissement, pour l'intelligence d'une loy du mouvement, qui a paru fort étrange à plusieurs de ceux qui l'ont veûë dans le Discours du mouvement local. Aprés avoir établi dans cét ouvrage ce qu'on a crû qui arriveroit aux corps dans les percussions, on a avancé au §. 31. que tout cela s'observeroit, lors même que les corps qui se rencontrent seroient inégaux, quoy-que l'experience, comme on l'a fait remarquer dans ce même endroit, nous montre le contraire, puisque nous voyons qu'une petite boule venant à en frapper une plus grande, ne luy donne pas toute ſa vîteſſe. D'où vient que la pluſpart de ceux qui ont traité de ces regles de percuſſion, ont diſtingué la vîteſſe d'avec le mouvement, & ils ont crû qu'un égal mouvement communiqué à un corps deux fois plus grand, ne doit faire qu'une vîteſſe deux fois plus petite. Car comme une certaine quantité de ſel jettée dans un demi ſceau d'eau doit faire une ſalure deux fois plus grande que ſi la même quantité eſtoit jettée dans un ſceau d'eau tout plein; auſſi ces Meſſieurs penſent que la même quantité de mouvement eſtant diſtribuée, à deux fois plus de parties & à un corps deux fois plus grand, doit faire une vîteſſe deux fois plus petite ; & qu'ainſi un petit corps ne pouvant donner à un grand corps qu'il rencontre tout au plus que ſon mouvement, il ne peut luy donner toute ſa vîteſſe, puiſque ce mouvement doit faire une vîteſſe à proportion d'autant plus petite, qu'il eſt diſtribué à plus de parties, & à un plus grand corps.

LIII. Le mouvement ne ſe diſtribuë pas

Je ne ſçay pas quelle idée on a du mouvement quand on le conſidere ainſi comme du ſel, qui eſtant diſtribué dans pluſieurs parties du corps, y fait une vîteſſe, comme de la ſalure, plus grande ou plus petite, à proportion de la multitude des parties du corps où il eſt diſtribué, Je ne conçois point que le mouvement ſoit communiqué ou diſtribué, ſinon en ce que l'on vient à faire mouvoir quelque corps & toutes ſes parties : une petite boule ne tranſporte pas ſon mouvement dans une autre boule qu'elle frappe, mais en frappant elle la meut. La queſtion eſt maintenant de ſçavoir, ſi elle en peut mou-

aux parties du corps, comme le ſel aux parties de l'eau.

voir également une grande & une petite ; & il me semble que dans la supposition que nous avons faite, & où nous convenons tous, à considerer les corps comme dans le vuide, sans pesanteur, sans legereté, & sans aucun autre empeschement ; il me semble, dis-je, assez manifeste que dans ce cas il ne faut pas plus de force à mouvoir un grand corps, qu'à en mouvoir un petit ; & qu'il n'y aura pas plus de peine à mouvoir dix parties, qu'à en mouvoir cinq ; puisque ny les cinq, ny les dix ne font aucune réſiſtance. Et certainement puiſque une boule en frapant contre une autre boule qui luy eſt égale, peut la mouvoir, & en la mouvant luy donner toute ſa vîteſſe, comme tout le monde en convient; ſi nous venons à conſiderer cette ſeconde boule jointe à une troiſiéme qui n'ajoûte aucune nouvelle réſiſtance; n'eſt-il pas viſible que la même force qui ſuffiſoit pour mouvoir cette ſeconde boule quand elle eſtoit ſeule, ſuffira auſſi pour la mouvoir avec la même vîteſſe quand elle eſt jointe à cette troisiéme, qui n'apporte aucune nouvelle difficulté? Il est bien vray que dans l'estat où nous sommes, nous avons plus de peine à remuer une grosse pierre, qu'à en remuer une petite; mais il n'y a personne qui ne sçache que cela vient de la résistance que cause la pesanteur de ces pierres. Car si la grande pierre n'estoit pas plus pesante que la petite, il n'y a point de doute que nous la pourrions mouvoir avec la mesme facilité.

LIV. Ce que dit M. Descartes de la résistance des corps

M. Descartes soûtient que les corps sans aucune pesanteur ont d'eux-mêmes la force de s'attacher dans le lieu où ils sont en repos, en sorte qu'il y a de la peine à les arracher de là ; mais cela est inconcevable : Car le moyen de concevoir, qu'un corps puisse s'attacher dans le vuide à un lieu où il n'y a rien, ou du moins où il n'y a rien de ferme & de solide ? Afin qu'un corps s'attache & adhere en quelque part, il faut qu'il y trouve quelque corps solide & inébranlable auquel il puisse s'accrocher, comme fait l'anchre d'un navire qui s'attache sur le roc. Mais quel moyen qu'un vaiss- *dans le repos, n'est pas raisonnable.*

ſeau s'attache inébranlablement au milieu de la mer ſur la fluidité de l'eau où il flotte ? Par quel lien un corps ſuſpendu au milieu de l'air pourroit-il ſe cramponer là ſans branler, & y réſiſter à quiconque viendroit s'efforcer de luy faire changer de place ? A plus forte raiſon, comment peut-on s'imaginer qu'un corps puiſſe s'accrocher dans le vuide pour y demeurer inébranlable, & réſiſter à tout ce qui feroit effort de le tirer de là ? Certainement j'ay bien de la peine à me perſuader que ces Meſſieurs conçoivent clairement ce qu'ils diſent en cecy, eux qui font profeſſion de ne rien avancer qui ne ſe puiſſe concevoir aiſément. Mais ſans m'arreſter davantage à faire voir combien peu intelligible eſt ce ſentiment de Monſieur Deſcartes; j'eſpere que dans la ſuite de ces diſcours de Méchanique on verra qu'il eſt entiérement contraire à la nature. Nous ne ſçaurions imaginer dans les corps aucune réſiſtance de leur part plus forte & plus efficace que celle que nous experimentons qu'ils font par leur peſanteur; cependant je me fais fort de démontrer dans le discours du mouvement des corps pesans, qu'un petit grain de sable, en tombant sur un plat de balance, feroit lever l'autre plat, où seroit un autre poids aussi lourd, si vous voulez, que toute la terre, & luy donneroit toute la vîtesse qu'il avoit luy-même en descendant; & je rendray tout cela si plausible, & le confirmeray même par tant d'experiences, que j'espere qu'on ne trouvera plus étrange ce que j'ay avancé dans ce §. 31.

LV.
Qu'un petit corps peut donner toute sa vitesse à un grand corps.

Cependant, pour me servir maintenant de ce que je viens d'établir dans ce discours touchant les plans inclinez, nous pouvons considerer les poids homogénes *e* & *c* (fig. de la page 78.) qui estant en équilibre, sont néanmoins fort inégaux, en sorte que *c* peut estre dix fois & cent fois plus grand que n'est *e*. Dans ce cas, si nous venons à ajoûter quelque chose, pour petit qu'il soit, au poids *e*, ce poids l'emportera, & en descendant il fera monter avec une égale vîtesse l'autre poids *c*. Il est donc visible que ce petit corps *e* peut non seulement mouvoir un corps dix fois & cent fois plus grand que luy, mais encore luy donner toute ſa vîteſſe ; ce qui ſuffit pour démontrer ce que je prétendois.

LVI. Un corps plat ſur un plan incliné.

Si au lieu d'une boule nous imaginions un corps plat, & que les ſurfaces de ce corps & du plan incliné fuſſent ſi polies, que ce corps puſt gliſſer ſans nulle réſiſtance ; nous concevrions que ce corps feroit le même effort que la boule pour deſcendre ; & toute la difference que nous remarquons maintenant, lors que nous voyons qu'une boule deſcend plus aiſément que ne fait un corps plat, vient de ce que les ſurfaces ne sont jamais si polies, qu'elles n'ayent quelque rudesse, qui fait que l'une racle contre l'autre, & est par ce moyen un peu empêchée dans le mouvement.

Ainsi géneralement on peut poser que l'effort que fait un corps à descendre par un plan incliné fh, est à toute sa pesanteur, comme la perpendiculaire fg au plan incliné ; ou bien comme le sinus de l'angle d'inclination fhg, est au sinus total. *LVII. Proportion de la force à descendre dans le plan incliné.* Fig. de la page 78.

Par là on connoît la force du Coin ; car imaginant tout le corps fhg *LVIII. Du Coin.*

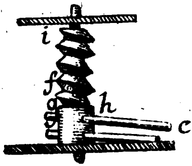
Figure de la page 78.

comme un coin ; si au lieu d'imaginer que le poids *c* est tiré en haut vers *f*, on suppose que le coin est poussé vers *l*, tandis que le corps *c* est renfermé dans une coulisse *n o*, dans laquelle il peut hausser ou baisser ; il est évident que le corps *c* résistera par sa pesanteur, & fera effort pour empêcher ce mouvement du Coin. Cét effort sera le même que celuy qu'il faisoit pour s'empêcher d'estre porté luy-même vers *f* dans les propositions précedentes ; car il est bien visible que ce sera toûjours la même résistance, soit que le Coin demeu-

demeurant immobile, le corps *c* monte vers *f*, ou que le corps *c* demeurant enfermé dans la couliſſe *no*, le Coin ſoit pouſſé vers *l*. Ainſi la force qui ſuffiroit pour porter le corps *c* en haut vers *f*, ſuffira auſſi pour pouſſer le Coin vers *l*. De-ſorte que le Coin ſe pourra pouſſer d'autant plus facilement, qu'il ſera plus aigu, & que ſa face *hf* ſera plus longue à proportion de ſa baſe *fg*.

La force de la Vis ſe connoît encor par là, puiſque la Vis n'eſt autre choſe qu'une ſurface inclinée, entortillée autour d'un arbre ou d'un aiſſieu. Ainſi *LIX. De la Vis.*

imaginant qu'un corps qui résiste au mouvement d'en haut est appliqué en *h*, au bas du premier tour de la Vis, en tournant



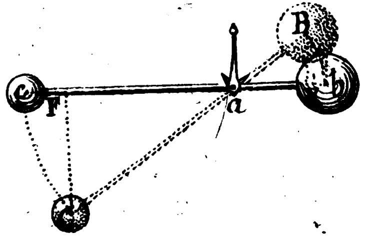
la Vis d'un demi tour, on contraindroit ce corps de monter jusqu'à la hauteur *f*; & la force qu'il faudroit employer pour cela seroit à sa résistance, comme la hauteur *gf* à la longueur du demi tour *hf*; ou comme toute la hauteur de la Vis *gi*, à toute la longueur entortillée des ſpires de la Vis. Que ſi l'on ajoûte un traverſier à cette Vis comme une barre *c*, on augmentera encore la force de la Vis, d'autant plus que cette barre ſera plus longue, & que la main ſera appliquee plus loin de l'aiſſieu.

LX. *De la Vis ſans fin.*

On fait encore une Vis qui engraine dans une roüe à dents; & c'eſt ce qu'on appelle la *Vis ſans fin.* Car la tournant avec une manivelle, elle fait tourner la roüe; & cela a vne tres-grande force.

LXI. *En toute machine le mouvement eſt proportionnel à la force.*

Dans toutes ces forces mouvantes on peut remarquer que le mouvement perpendiculaire que ſont les poids en même temps pour monter ou pour deſcendre, eſt toûjours réciproquement proportionnel aux mêmes poids. Par exemple, dans la balance *b a c*, le petit



poids *c* deſcendant dans l'arc *c C* en même temps que le grand poids *b* monte dans l'arc *b B*; on voit bien que la hauteur perpendiculaire CF eſt à la hauteur BE comme le bras *ac* au bras *ab*; c'eſt-à-dire, (en ſuppoſant que ces deux poids ſont en équilibre) comme le poids *b* au poids *c*; & il eſt fort aiſé de montrer cela dans les poulies & dans toutes les autres machines.

Auſſi quelques-uns en ont fait un principe pour démontrer la raiſon de toutes les forces mouvantes; & il ſemble bien évident, qu'il ne faut ny plus ny moins de force pour porter un poids de cent livres à un pied de haut, que pour en porter un d'une livre à cent pieds

LXII. Principe de Méchanique pris du temps & du mouvement.

de haut : de-ſorte qu'un poids d'une livre deſcendant de la hauteur de cent pieds, contreballancera à un poids de cent livres dans la hauteur d'un pied. Ce principe a quelque choſe qui ne ſatisfait pas ſi parfaitement l'eſprit, qu'il ſuffiſe pour faire des démonſtrations. Il eſt néanmoins tres-veritable ; & aprés les démonſtrations que je viens de faire touchant les Forces Mouvantes, on peut le mettre hardiment comme indubitable.

LXIII. *Le mouvement perpetuel par méchanique eſt impoſſible.*

D'où l'on peut faire voir que ceux-la perdent leur temps, qui cherchent le moyen de faire le mouvement perpetuel par la Statique. Pour cela il faudroit necessairement que de certains corps descendissent, & que d'autres montassent, en sorte que les mêmes qui sont une fois montez, soient aussi ceux qui descendent aprés, pour perpetuer ainsi le mouvement, par une succession & une circulation continuelle. Mais il est manifeste que dans ces rencontres tout ce qui descend, doit monter. Si ce qui doit monter est égal à ce qui doit descendre en même temps, il n'est pas possible que le mouvement se fasse de luy-même, puis qu'un poids égal ne peut pas de cette sorte en surmonter un autre égal. Si ce qui descend est plus grand que ce qui monte en même temps, il faut necessairement que la vîtesse de ce qui descend soit à proportion plus petite; en sorte que comme le poids qui descend est à celuy qui monte, ainsi soit la vîtesse de celuy qui monte à la vîtesse de celuy qui descend: autrement la succession ne pourroit pas estre perpetuelle, & il monteroit plus de corps qu'il n'en descendroit, ou au contraire, il en descendroit plus qu'il n'en monteroit ; & ainsi la machine seroit bientost épuisée. Que si la vîtesse de ce qui descend est à la vîtesse de ce qui monte, en raison réciproque des poids ou des corps ; il y aura équilibre, & rien ne bougera.

Il est bon de rapporter un exemple. J'ay veû une personne qui croyoit avoir trouvé le mouvement perpetuel en cette maniere. Soit une rouë qui puisse tourner tres-librement autour de son aissieu fixe *a*. Dans cette rouë il y a un petit canal fait en volu-

LXIV. Exemple qui démontre l'impossibilité du mouvement perpetuel.

te partant du centre *a*, & faisant plusieurs tours jusqu'à la circonference, aprés quoy ce canal revient en demi cercle par *f g* jusqu'au centre *a*, où il se rejoint à l'œil de la volute. Imaginons une bale de plomb, ou une goutte de vif-argent dans le commencement de la volute *b*, cette goutte, ou cette bale suivant la pente de la volute, descendra au plus bas lieu, & fera tourner toute la rouë. Aprés que la rouë a fait un tour, & que la bale est descenduë en *c*, mettez une autre bale encore en *b*; alors ces deux bales feront tourner la rouë encore plus vîte; & quand aprés un second tour les deux bales se trouveront en *d* & en *c*, mettez-en encore une troisiéme en *b*, & puis derechef une quatriéme aprés un troisiéme tour, & une cinquiéme aprés le quatriéme tour. Le cinquiéme tour commençant, la bale qui avoit esté mise la premiére sera emportée en *f*; & si la rouë continuë de tourner, cette même bale coulera par *g*, & reviendra ainsi au commencement de la volute *a* ou *b*, & recommencera à descendre, & à faire tourner la rouë. Cette personne croyoit que la rouë devoit continüer de tourner, parce que, disoit-il, il y a quatre bales *b*, *c*, *d*, *e*, qui font effort pour descendre, & pour faire tourner la rouë, au lieu qu'il n'y a qu'une seule bale en *f* ou en *g* qui monte & qui résiste au mouvement de la rouë:

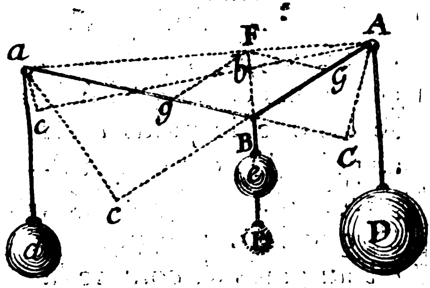
Or quatre bales, disoit-il, en surmonteront bien aisément une seule. Mais il est bien manifeste que cette balle unique qui monte, monte quatre fois plus vîte que les autres quatre balles ne descendent, & que le même chemin qu'a fait une bale en descendant en quatre tours, doit estre fait aprés en montant en un seul tour. Ainsi chacune de ces bales qui descendent n'agira que de la quatriéme partie de la force dont agit celle qui monte, & par consequent celle-cy contreballancera à toutes les quatre.

LXV. Cette démonstration se peut appliquer à tout autre exemple.

Cét exemple est fort propre, pour faire comprendre l'impossibilité du mouvement perpetuel: Car on peut en appliquer le discours à tout autre exemple possible, où l'on voudroit faire monter quelque liqueur, ou quelque autre corps, par la propre pesanteur de quelques autres poids, ou de quelques autres parties de liqueur qui descendroient, & qui devroient ensuite remonter elles-mêmes pour perpetuer le mouvement par une circulation continuelle.

LXVI. Des poids suspendus au

Imaginons une corde passant par - dessus deux

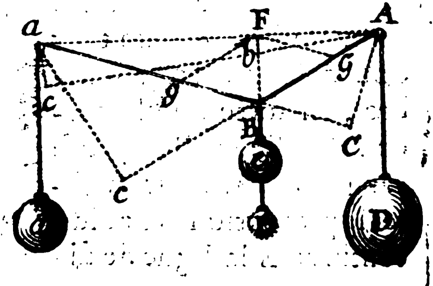


poulies *a* & A, & soûtenant par les deux bouts les deux poids *d* & D. Soit de plus un troisiéme poids *e*, suspendu du point B de la même corde entre les deux poulies, & que tout cela demeure en équilibre, en sorte que la corde se replie en B, & fasse l'angle *a* B A. Pour mesurer la proportion des poids continuons la ligne de di-

milieu d'une corde attachée par les deux bouts.

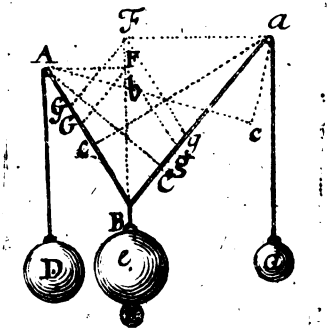
rection *e* B juſqu'en F. Tirons F G, F *g*, paralleles aux deux cordes *a* B, A B. Je dis que le poids *e* eſt au poids D, comme la ligne B F à la ligne B G, & que le même poids *e* eſt au poids *d*, comme la ligne B F eſt à la ligne B*g*; & que par conſequent D. *d* :: B G. B*g*.

LXVII. *Démonſtration de leur force.* Pour le prouver, imaginons que les lignes A C,



a c tombent perpendiculairement ſur les cordes *a* BC, AB *c*, prolongées s'il en eſt beſoin. Imaginons de plus qu'une de ces cordes, par ex. AB, eſt roidie comme une barre de fer, en ſorte néanmoins qu'elle puiſſe tourner ſur le bout A, pour s'élever vers A F, ou pour s'abaiſſer vers A C. Le poids *e* ſuſpendu de B tirera en bas cette barre, & ſa force ſe meſurera par la ligne A F (que je ſuppoſe perpendiculaire à B F) comme s'il eſtoit ſuſpendu d'F. (32.) Mais le poids *d* attaché auſſi à B par la corde B *a d*, tirera la barre en haut, & sa force se mesura par la ligne A C, comme s'il estoit attaché en C. (32.) Ainsi les deux poids *e* & *d* demeurant en équilibre, *e* sera à *d*, comme A C à A F. (25. ou 32.) c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle A B C au sinus de l'angle A B F : Car si du point B, comme du centre, on tiroit un cercle par A, B A seroit le rayon, ou le sinus total, & A C le sinus de l'angle A B C, & A F le sinus de l'angle A B F, (Geom. 4. 9.) mais d'ailleurs F *g* estant paralele à A B, l'angle F *g* B est égal à l'angle A B C, & l'angle B F *g* à l'angle A B F. (Geom.1.31.) Donc (Geom. 9.36.) F B eſt à B *g*, comme le ſinus de l'angle F *g* B au ſinus de l'angle B F *g*, c'eſt-à-dire, comme C A eſt à F A, ou comme *e* à *d*. Par même raiſon on prouvera que *e*. D : : *a c*. *a* F : : B F. B G. ce qu'il falloit montrer.

Remarquez que dans la figure ſuivante, l'angle *a* B A eſtant aigu, eſt égal à l'angle *a* g F, mais que F B eſt toûjours à B g, comme le ſinus de l'angle F g B (c'eſt-à-dire, de ſon angle de ſuite F g *a*) au ſinus de l'angle B F g, c'eſt-à-dire, com-



me A *c* à A F. Remarquez encore qu'il n'importe point que les points *a* & A soient également élevez ; car ayant tiré *a F* ou A F perpendiculaire à la ligne de direction B *e*, on peut prendre indifferemment lequel on voudra des points *F* ou F, & tirer les parallelles F g, F G, ou bien *F G*, *F G* : Car on voit bienque les parallelogrammes g F G B, & *g F G B* eſtant ſemblables, leurs coſtez & leur diametre auront toûjours les mêmes proportions : ainſi on peut prendre le point F indifferemment où l'on veut dans la ligne de direction, même hors la perpendiculaire tirée d'*a* ou d'A.

LXVIII. Cette force eſt prodigieuſe.

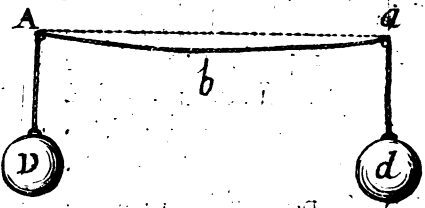
Quelque grands que ſoient les poids *d*, D, & quelque petit que ſoit le poids *e* ou E, celuy-cy ſuffira néanmoins pour faire baiſſer un peu la corde *a* A, & pour faire monter ces poids *d* D : Car on pourra toûjours prendre une ligne *a* c ſi petite, qu'el-

Voyez auſſi la Fig. de la page 112.

le ſera à *a F*, comme E à D; & alors faiſant le triangle rectangle *a* c A, le poids fera deſcendre la corde juſqu'en *b*.

LXIX. Il eſt impoſſible de bien tendre une corde.

D'où il ſuit une choſe tres-remarquable, ſçavoir, qu'il n'y a point de force imaginable, qui puiſſe tirer tellement une corde, que celle-cy demeure parfaitement droite. Car

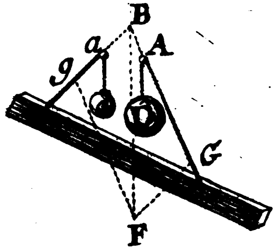


quelque prodigieuſe que ſoit cette force, on la pourra exprimer par de grands poids *d*, D, qui la tireront; mais comme la corde a elle-même quelque pesanteur, cette pesanteur suffira pour faire courber un peu la corde *a b* A, & pour élever les poids *d* D.

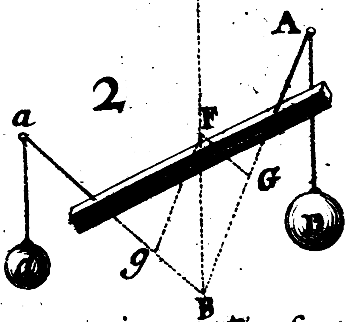
LXX. *Situation des corps suspendus par deux cordes.* Figure suivante.

Lors qu'un corps *o n*, dont le centre de gravité est *e*, est suspendu par deux cordes *o* A, *n a*, ces cordes s'inclinent en telle sorte, qu'étant continuées, elles se croiseroient dans la ligne de direction *e* B. Car si dans la premiére figure on allongeoit la corde *o* A jusqu'en B, & qu'on l'arrestast là; il est manifeste que le corps de-

I



2



meureroit en même situation, puisque les directions ne changeroiét nullement. De même la corde *n a* allongée aussi jusqu'en B,

&

& arreſtée-là, ſoûtiendroit le corps en même ſituation qu'auparavant. Ainſi au lieu d'attacher les cordes aux deux points *a* & A, ſi on les attachoit au point unique B; le corps demeureroit ſuſpendu comme auparavant, & par conſequent le centre *e* ſeroit perpendiculairement ſous B. (22) Mais dans la 2. fig. il faudroit imaginer que les cordes prolongées juſqu'au point commun B, ſe roidiſſent comme des barres pour pouvoir ſoûtenir le corps *o n*; car ce corps ainſi appuyé ſur *o* B, *n* B demeureroit, comme lors qu'il eſt ſoûtenu par les cordes A *o*, *a n*; ainſi le centre *e* ſe trouveroit perpendiculairement ſur le point B. (14.) Je ne m'arreſte pas à prouver que ces cordes (lors qu'elles ne ſont pas paralleles) ſe doivent croiſer en quelque point; car il eſt aſſez manifeſte que les points *a* A, *o n* ſont en même plan.

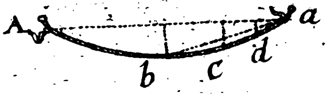
LXXI. Force de leur traction.

Ces corps ſuſpendus eſtant inclinez, tireront diverſement les cordes qui les ſoûtiennent; & la force de la traction ſe meſure comme dans l'article 67. en prenant dans la ligne de direction un point

F, & tirant les paralleles F G, F *g*. Car la force du poids *o n* eſtant exprimée par la ligne F B, la ligne B G exprimera la force dont la corde *o* A eſt tirée, & la ligne B *g* celle de la corde *n a*. Ce qui ſe peut exprimer encore par les deux poids D & *d*, qui ſeroient au corps *n o*, comme les lignes B G, B *g* à la ligne B F. On pourroit encore conſiderer ces corps ſoûtenus par trois cordes, ou par davantage; mais outre que cela nous conduiroit trop loin, chacun pourra faire de luy-même toutes ces réflexions.

LXXII. *Les cordes attachées par les deux bouts se courbent par tout.*

Si un poids long & flexible, (comme une corde) est attaché par les deux bouts, il ployera en ligne courbe, pourvû qu'il soit tant soit peu lâche. Car les deux bouts estant *a* A,

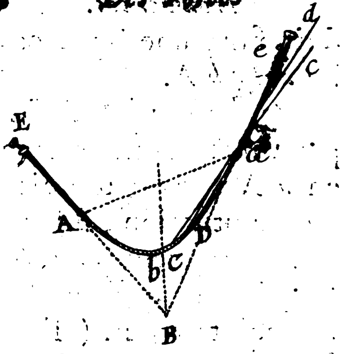


la pesanteur fera baisser le point *b* au dessous de la ligne droite *a* A. Et de même le point *c* s'abaissera au dessous de la ligne droite *ab*, & le point *d* au dessous de la droite *ac*; ainsi de tous les autres points imaginables; ce qui doit faire une ligne courbe *a d c b* A.

LXXIII. Proprieté des tangentes de cette courbure.

Ce poids *a b* A ainsi suspendu des bouts attachez en *a* A, demeureroit en même situation, si l'on tiroit les tangentes *a e*, A E, & qu'on le suspendist par les points *e*, E. (Il faut imaginer que ces tangentes n'ont nulle pesanteur;) Car la corde *a b* A demeureroit en même situation, quand on imagineroit que la partie *a* C est roidie, & que la seule partie C *b* A est flexible; quoy-que l'on suppose que cette partie *a* C ainsi roidie puisse se tourner autour d'*a*, pour se hausser vers *a* A, ou pour

Figure suivante.



s'abaisser vers *a* B. Que si au lieu de cette partie courbe & roidie *a* D C, on met une verge droite *a* C; tout le reste C *b* A demeurera encore en même situation, pourveû néanmoins qu'on imagine que toute la force, dont la partie *a* D C tiroit en bas le point C, soit ramassée au même point C, par un poids suspendu par C, qui tire en bas, comme faisoit toute la partie courbe *a* D C: car il n'importe de rien que la verge qui soûtient par les bouts *a* & C soit droite ou courbe, ou de quelque autre nature, pourvû que l'effort de son extrémité C soit toûjours le même, comme nous supposons qu'il l'est icy. Donc aussi en prolongeant cette verge en droite ligne vers *c*, & l'attachant en *c*, tout le reste demeurera comme il estoit auparavant; & enfin, si cette verge vient à se rendre flexible comme un filet, rien ne bougera. Par même raison, imaginant un filet flexible D *a* *d* attaché en *d*, tout le reste de la corde D C *b* A demeurera en même situation. Ainsi faisant approcher le point D du point *a* tant que l'on voudra, & attachant le filet en *d*; toûjours le reste de la corde D *b* A demeurera en même situation. Or plus le point D sera prés du point *a*, plus aussi la ligne D *a* *d* s'approchera de la tangente *a* *e*; de-sorte que les deux points D & *a* concourant au même point *a*, les deux lignes *a* *d* & *a* *e* concourront aussi en même ligne *a* *e*. Ainsi sufpendant la corde *a b* A par la tangente *e a*, l'autre bout demeurant attaché en A, toute la diſpoſition de la corde ſera la même que ſi elle eſtoit ſuſpenduë par les bouts *a* & A. Par même raiſon eſtant encore attachée au point E par la tangente A E, ſa ſituation ne changera point. Ainſi nous avons prouvé ce que nous prétendions.

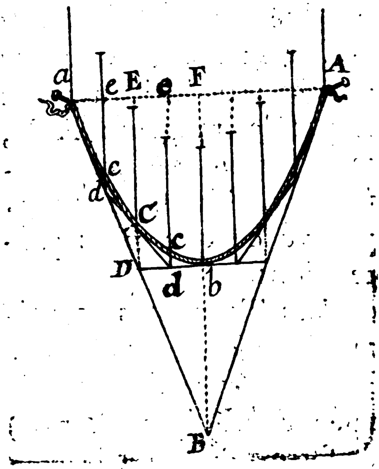
LXXIV. Centre de gravité des corps courbes.

Fig. de la page 125. & de la page 130.

Les Tangentes continuées ſe croiſent dans la ligne de direction continuée F *b* B (70. & 73.) de-ſorte qu'élevant la perpendiculaire du point commun B, on trouveroit le centre de gravité *b* de la corde A *b a*.

LXXV. *Les chaînes & les cordes ordinaires ne se courbent pas en parabole.*

Quelques-uns ont pensé que les cordes & les chaînes attachées par les



deux bouts se courboient en ligne parabolique. Mais cela n'eſt pas vray dans les chaînes ny dans les cordes qui ne ſe peuvent pas allonger aiſément. Car ſi une chaîne compoſée de petits anneaux fort délicats eſtoit dans la figure *ab* A, en tirant les tangentes par *b*, ſçavoir *b* D, & par *a*, ſçavoir *a* D, ces deux tangentes ſe couperoient en D dans la ligne de direction D C, de la chaîne *a* C *b* (par la précedente propoſ.) Car on peut imaginer que la chaîne eſt maintenant arreſtée en *a* & en *b* : & alors cette partie *a* C *b* demeureroit dans la même ſituation qu'elle eſtoit eſtant attachée librement aux seuls bouts *a* & A. Ainsi le centre de gravité de la chaîne *a b* seroit en C. Or si la figure *a* C *b* estoit parabolique, la ligne D C E diviseroit *a* F en deux également, mais la partie de la parabole *a* C seroit plus grande que C *b*: & il est fort aisé de démontrer que le centre de gravité de la parabole *a b* ne peut pas estre en C.

LXXVI. *En quel cas un filet se courberoit en parabole.*

Mais si nous concevions un filet sans pesanteur, sur lequel fussent appuyées une infinité de lignes également pesantes E C, *e c*, paralleles, & également distantes les unes des autres; alors le filet *a* C *b* A

Fig. de la page 130.

feroit parfaitement parabolique : car le centre de gravité de toutes ces lignes pesantes feroit dans la ligne F *b* B, c'est-à-dire, au milieu de *a* A. Ainsi les tangentes *a* B, A B se couperoient en cette ligne F *b* B. De même le centre des lignes qui sont entre *a* & F, est dans la ligne E C, c'est-à-dire, au milieu entre *a* & F. Ansi les tangentes *b* D, *a* D se devront croiser dans cette ligne E C D. De même les tangentes *b* d, C d se croiseront dans la ligne e c d, c'est-à-dire, au milieu entre E & F, &c. Or c'est-là une propriété de la

Parabole, & les Geometres sçavent qu'il n'est point d'autre ligne où cela se rencontre.

LXXVII. Quelles cordes peuvent se courber en Parabole.

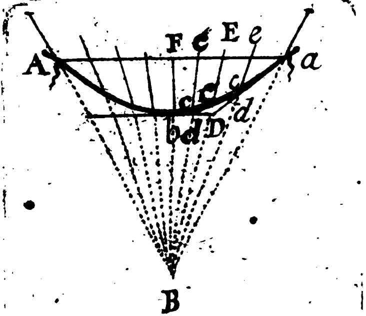
Fig. de la page 130.

Imaginons maintenant que la pesanteur de toutes ces lignes paralleles est distribuée également à toute une corde droite *a* A, attachée par les deux bouts; que cette corde est capable de s'allonger estant tirée; que toutes ces parties tendent en bas par des lignes de direction paralleles: alors la corde se rallongeant, se courbera en effet en parabole; car tout le poids qui estoit en e F, sera en *c b*; celuy de E *e* sera en C *c*; & celuy d'*a e* sera en *a c*, &c. Ainsi la partie de la corde *a c* sera plus rallongée que c *b*, puisqu'on suppose que toutes ces parties descendent en bas par des lignes paralleles, & que par consequent la partie & le poids *a e* est égal à la partie & au poids *a c*, comme aussi le poids e F égal au poids c *b*.

LXXVIII. Cas particuliers où les cordes seroient courbées en Parabole, & cas où elles ne le seroient pas.

Si l'on tendoit bien une corde par les bouts *a* A, en l'appuyant tout le long par dessous, en sorte que sa pesanteur ne pouvant la tirer en bas, elle fust tenduë en ligne droite ; & si en suite on venoit à oster les appuis, & à laisser faire sa pesanteur, cette corde devroit se rallonger un peu, & se courber; & sa courbure seroit alors parabolique. Cecy suit des précedentes propos. car les parties de cette corde ne se baissant que par l'effort de leur pesanteur, qui les fait rallonger, elles doivent descendre suivant leurs lignes de direction, qui sont censées paralleles, puis qu'elles ne se rallongent qu'autant que leur pesanteur les tire.

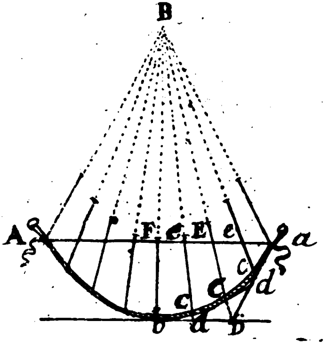
LXXIX. *Cas ausquels les cordes se courbent en Hyperbole & en Ellipse.* Si l'on suppose que les lignes de direction F *b*, E C, *e c*, ne sont pas paralleles, mais qu'elles concourent en bas au point B,



la corde se rallongeant, se courberoit en Hyberbole. Mais si les lignes de direction concourent en haut au point B, la corde se courbera en Ellipse, ou en cercle. Comme en la Fig. suivante.

LXXX. *Démonstration.*

La raison en est, que divisant en deux également l'angle *a* B A par la ligne B F, & l'angle *a* B F par la



ligne B E, & l'angle *a* B E par la ligne B *e*, *&c.* & ſuppoſant que les portions des lignes *e c*, E c, e c, F *b*, &c. eſtant également peſantes, ſont appuyées ſur un filet indiviſible; il eſt manifeſte que le centre de gravité de toutes les lignes qui ſont entre *a* & A ſe trouvera au milieu, ſçavoir en la ligne F *b* prolongée, s'il en eſt beſoin; & le centre de celles qui ſont entre *a* & F ſe trouvera auſſi en la ligne de leur milieu, ſçavoir en E C, *&c.* Ainſi tirant des tangentes par *a* & par *b*, qui ſe croiſent en D, le point D ſe devra trouver dans la ligne E C prolongée vers B; & de même tirant la tangente par C, qui coupe *b* D en d, & *a* D en *d*, les points d & *d* ſe devront trouver dans les lignes e c, & *e c* prolongées vers B. Or ceux qui ont la connoiſſance des Sections Coniques, pourront aiſément démontrer que ce sont là des propriétez essentielles de ces sections, & que generalement en toute section Conique, (Parabole, Hyperbole, Ellipse, ou Cercle) deux tangentes quelconques (*a* D, *b* D) se coupent en un point (D) en sorte que tirant par ce point (D) une ligne vers le foyer opposé B, on divise également par cette ligne (B D) l'angle (*a* B *b*) compris entre les deux lignes de direction, qui passent par les deux points (*a* & *b*) d'où l'on a tiré les tangentes. Remarquez que dans la parabole le foyer opposé estant infiniment éloigné, c'eſt-à-dire, les lignes de direction ne concourant nullement, & eſtant paralleles ; la ligne de direction qui paſſera par le point (D) où les tangentes ſe coupent, ſera cenſée diviſer l'angle en deux également, en ce qu'elle diviſera également tout l'eſpace.

Figure de la page 130.

LXXXI.

Les cordes tenduës ſont en effet hyperboliques.

Ainſi nous devons dire que les cordes bien tenduës, & qui par leur propre poids ſe courbent un peu en ſe rallongeant, ſont courbées veritablement en Hyperbole, & non pas en Parabole ; puiſque en effet les lignes de direction ne ſont pas paralleles, &

qu'elles concourent toutes au centre de la terre.

LXXXII. Les surfaces étenduës se courbent aussi, & se font convexes en bas.

On pourroit appliquer cecy aux surfaces ; & il est aisé de comprendre qu'une voile attachée par le haut & par le bas à deux vergues paralleles, ou par les costez à deux mas aussi paralleles, estant enflée par le vent, se courberoit en prisme parabolique. Nous voyons aussi qu'un linceul tendu par les quatre coins se courbe en bas par son propre poids, & prend une figure convexe. Que si au lieu d'un linceul on imaginoit une placque de quelque matiére qui peut s'étendre aiſément, comme la cire, ou le verre fondu, & que cette placque fuſt poſée horizontalement ſur une grande ouverture ronde, alors cette placque s'étendroit en prenant à peu prés la figure parabolique.

LXXXIII. Uſage qu'on peut faire de ceci dans l'Optique, pour faire des verres Elliptiques, Hyperboliques & Paraboliques.

Peut-eſtre que cecy ſeroit de quelque utilité dans l'Optique pour les Miroirs & pour les Lunettes: car l'on pourroit par ce moyen faire des Miroirs de verre Elliptiques, & Hyperboliques, ou Paraboliques, ſans doute plus aiſément, & peut-eſtre plus exactement que par les autres inventions qu'on a essayées jusques ici. Car si aprés avoir posé horizontalement une glace bien polie & assez mince sur une placque de fer percée en rond, on trouvoit le moyen de souffler dessus avec violence, en faisant venir le souffle d'un petit trou d'enhaut, (comme du point B, dans la Fig. de la pag. 138.) tandis qu'avec la flamme on fondroit le verre par dessous, on donneroit à ce verre à-peu-prés la figure Elliptique, qui feroit un Miroir admirable pour un Mircroscope. Que si au lieu de souffler par dessus, on trouvoit le moyen de succer

succer avec violence par dessous, (comme du point B de la Fig. de la page 137.) le verre prendroit à-peu-prés la figure Hyperbolique. Je sçay les difficultez qu'on me peut opposer là-dessus, mais je ne veux pas en dire davantage. Je pourray le faire, Dieu aydant, dans une Optique que je veux bien-tost imprimer.

LXXXIV. *Quelques corps se rompent estant tirez, d'autres se cassent en ployant.*

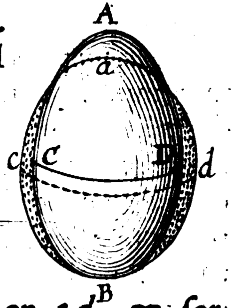
Les cordes, les metaux & les autres corps dont nous venons de parler, ne se rompent pas en ployant, mais seulement quand on les tire avec trop de violence. Il y a d'autres corps au contraire, qui estant brusques, résistent à la traction, & se cassent aisément, quand on fait effort pour les faire ployer, comme le verre, les pierres, & le bois sec. Ainsi on ne sçauroit rompre un baston, en le tirant par les deux bouts, mais on le fera en le ployant contre le genou. Je ne veux pas m'arrester ici à examiner d'où vient cette liaison des parties qui se tiennent ainsi si fort les unes les autres: ce n'est pas une chose aussi aisée à montrer que l'on pourroit s'imaginer; & quoy-que ce soit une question qui doit se résoudre par Méchanique, néanmoins je ne veux pas en parler ici, parce que je trouveray quelque autre endroit dans ces diſcours du mouvement, où je pourray le faire plus commodément.

LXXXV. Nul corps ne ſe rompt qu'à force d'eſtre tiré.

Cependant il eſt bon de remarquer que nul corps abſolument, ne ſe romp jamais, que quand ſes parties ſont trop tirées ; & ſi un verre qui réſiſte à la traction ſe caſſe quand on le veut faire ployer, c'eſt que par le moyen de cette inflexion, on tire les parties convexes avec plus d'effort qu'on ne ſçauroit faire en tirant droit le verre par les deux bouts, comme l'on pourra voir dans la suite de ce discours.

LXXXVI. *Difficulté de casser un œuf en le pressant de bout en bout.*

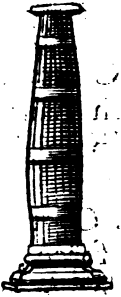
C'est pour cela qu'on trouve une si prodigieuse résistance dans un œuf qu'on voudroit écraser en le pressant de bout en bout entre les deux mains : ce qui paroist bien surprenant à ceux qui n'en sçavent pas la raison, veû que la coque des œufs est si fraisle, & qu'on peut les rompre avec tant de facilité, lors qu'on les presse en d'autres sens. La raison de ceci est, que la coque estant brusque, ne peut se rompre, à moins qu'elle ne ploye : or quand on preſſe l'œuf par les deux bouts, ſa coque ne ſçauroit ployer. Car imaginons l'œuf A B, & qu'on le preſſe pour faire approcher les deux bouts. Afin que le bout A s'approchaſt de B, & qu'il fût par ex. en *a*, il faudroit que les coſtez C D s'élargiſſent comme



l'on voit en *c d*, en ſorte que tout le tour *c d* fût plus grand que n'eſt le tour C D ; ce qui ne ſe peut faire, parce que la coque d'œuf ne peut point s'allonger, & toute fraiſſe qu'elle eſt, elle peut néanmoins aſſez réſiſter à la force qui la tireroit. Ainſi le tour de l'œuf C D ne pouvant ſe dilater, les ſurfaces A C B; A D B ne peuvent auſſi ſe courber, ny par conſequent ſe rompre. Il n'en va pas de même, quand on preſſe l'œuf par les coſtez, parce que le contour de l'œuf pris en ce ſens n'eſtant pas rond, mais ovale, peut changer de figure ſans s'allonger; & ainſi la coque peut ployer, & par conſequent ſe rompre.

LXXXVII. *Force des colonnes.*

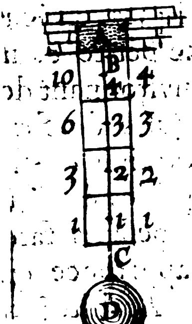
Ainsi l'on peut faire des colonnes de planches de bois, qui seront tres-fortes ; car si on les joint ensemble comme les doiles



des barriques, en leur donnant une petite courbure, & les environnant de quelques cercles de fer, ces colonnes ainsi creuses seront capables de supporter de tres-pesants fardeaux. Il y a apparence que les anciens Architectes ont eû égard à ceci dans la construction des colonnes qu'ils ont fait rondes & un peu renflées.

LXXXVIII *Vn baston resiste plus estant tiré qu'estant ployé.*

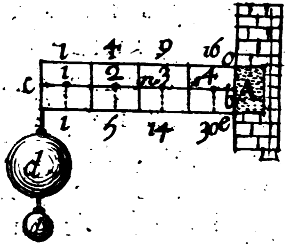
Imaginons un baston B C attaché par le bout d'en haut à un plancher inébranlable, & que par l'autre il soûtienne un poids D. Ce baston aura grande force, & pourra peut-estre soûtenir un plus grand



poids que quelque gros cable que ce soit. Neanmoins

moins la force de ce bâton n'eſt pas infinie, & l'on pourroit mettre en D un poids ſi énorme, qu'enfin le baſton ne pourroit plus réſiſter, & qu'il ſe romproit à force d'eſtre tiré, comme feroit un cable. Je ſuppoſe que le poids D eſt le plus grand que le baſton puiſſe ſoûtenir ſans ſe rompre; deſorte que ſi l'on ajouſtoit quelque choſe en D, le baſton ſe romproit. Imaginons maintenant que ce même baſton eſt attaché horizontalement par un bout à la muraille A aussi inébranlable, & que par l'autre bout l'on at-

Figure de la page ſuivante.



tache le même poids *d*; alors ce baston ne sçauroit résister, & il se rompra infailliblement. Et pour le montrer, imaginons que tout ce baston soit attaché en A ou *A* dans son extrémité B ou *b* par une corde AB ou *Ab*, & que ce soit cette corde seule qui résiste ou qui soûtienne tout le corps

BCD ou *bcd*, il eſt certain que le poids *d* tirera la corde bien plus lors que le baſton eſt horizontal, que lors qu'il eſt vertical. Car lors qu'il eſt horizontal, il y a une balance dont le centre eſt *e*, un bras eſt *eb*, & l'autre bas eſt *ec*. Le poids *d* tirant par *c*, tire avec d'autant plus de force la corde en *b*, que la ligne *ce* eſt plus longue que *eb*. Ainſi ſi l'on fait *d* à *f*, comme *ce* à *eb*, le poids *f* ſera le plus grand que puiſſe ſoûtenir ce bâton poſé horizontalement, & attaché comme nous avons ſuppoſé. Or l'on conçoit aiſément que la liaison des parties d'un bâton de bois vient de ce que ces parties sont en effet comme attachées non par une seule corde, mais par une infinité de petits filamens qui doivent se rompre, afin que le baston se rompe.

LXXXIX. Quelle est la proportion de la résistance du baston en ces deux situations.

Il faut prendre garde néanmoins que la proportion que je viens de mettre ne peut pas estre celle qui se trouve en effet dans le bois. Car supposé qu'un baston de bois horizontal ayant un pouce de largeur, & 20. de longueur, est rompu par le poids de dix livres, il seroit rompu (selon la proportion que je viens d'assigner) quand il est vertical, par un poids de 400. livres. Cependant il est certain que si ce baston horizontal peut soûtenir dix livres, il en pourra, estant vertical, soûtenir plus de mille, & plus de dix-mille. Mais dans la proportion que j'ay assignée, j'ay supposé que le baston fust attaché par quelque corde, & que tout l'effort se fist seulement à l'extrémité *b* ou B, au lieu que ce sont une infinité de filamens qui traversent le baston, & qui en tient par tout toutes les parties : de-sorte que l'effort de la traction ne se fait pas seulement sentir à l'extrémité *b* ou B, mais il se distribuë tout le long du baston. Il faut donc imaginer le baston, non comme une piéce solide, qui soit seulement attachée en A ou en *A* par la corde A B ou *A b*, mais comme une suite de petites parties 1, 2, 3, 4, qui soient toutes enfilées par de semblables cordes; lesquelles cordes sont aussi tirées par le poids D ou *d*; & de cette maniére la corde qui enfile sera incomparablement plus tirée à proportion quand le bâton est horizontal; & c'est à quoy il semble que ceux qui ont traitté de cecy n'ont pas fait assez de réflexion.

Pour connoistre encore mieux ces proportions, pensons que le baston est composé de quatre petits quarrez égaux, lesquels estant pesans eux-mêmes, tirent une corde qui les enfile en telle sorte qu'elle soit attachée aux centres de ces quatre quarrez comme si c'estoient quatre cordes differentes. Le premier & plus bas quarré tirant sa corde 1 2. avec un degré de force à raison de sa pesanteur ; le second tirera la sienne 2 3, avec

XC. *Premiére Hypothese pour mesurer la force du baston tiré de long.*

Figure de la page 152.

deux degrez, parce qu'il ne la tire pas ſeulement avec ſa propre peſanteur, mais encore avec celle du dernier, ces deux quarrez ne faiſant qu'un poids à l'égard de cette corde 2 3, qui les ſoûtient. Ainſi cette corde 2 3 ſera tirée avec deux degrez. De même le 3^e^ quarré tirera ſa corde avec trois degrez, & le 4^e^ avec quatre. Que ſi maintenant nous imaginons que ce ne ſont plus quatre cordes diſtinctes, mais une ſeule corde qui enfile tout ſans eſtre attachée qu'aux extrémitez A & C; alors tous ces degrez de tractions ſe communiqueront à toutes les parties de toute la corde, en sorte que le degré, dont le dernier quarré tire; se répand dans toute la longueur de toute la corde, & les deux degrez du second quarré aussi, & les trois du 3e, & les quatre du 4e. Ainsi tous ces degrez se trouvent joints ensemble au nombre de dix dans toute la corde, laquelle par consequent est tirée avec dix degrez.

XCI. *Et du même tiré de costé.* Figure de la page 154.

Mais si ces quarrez sont posez horizontalement, tous ensemble tireront la corde *b c* comme s'ils étoient suspendus du point du milieu *n*; où eſt leur centre de gravité; & comme cette ligne depuis *e* juſqu'au centre eſt quatre fois auſſi grande que *eb*, la corde en *b* ſera tirée par ces quarrez quatre fois autant qu'elle eſt dans la 1re figure où les quarrez ſont poſez verticalement. Ainſi la corde du 4e quarré eſtant tirée avec quatre degrez dans la 1re figure, elle le ſera avec 16. degrez dans la 2e figure. De même la corde du 3e quarré ſera tirée avec 9. degrez, & celle du 2e avec 4. & celle du premier avec vn : & tous ces degrez joints enſemble feront 30.

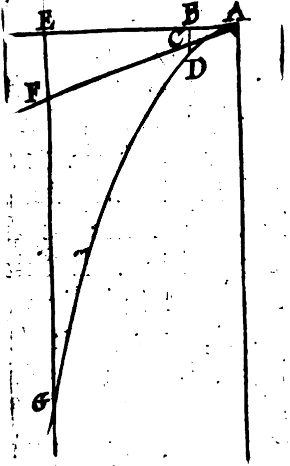
degrez, avec lesquels la corde sera tirée.

D'où l'on voit que les degrez de traction croissent arithmetiquement dans les parties verticales, comme le nombre des mêmes parties, & que dans les horizontales ils croissent comme les quarrez des mêmes nombres. XCII. *Progression Arithmetique & progression des quarrez qui se rencontrent icy.*

Si au lieu d'avoir partagé le baston en quatre parties, on s'imaginoit qu'il fust partagé en 8. tous les degrez de traction dans la corde verticale estant 36. (ce qui provient de la somme de tous ces nombres arithmetiques 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.) les degrez XCIII. *Seconde Hypothese.*

de la corde horizontale seront 204. (ce qui provient de la somme de tous ces 8. quarrez 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64.) D'où il paroist que la force de la traction peut croistre infiniment davantage dans le baston horizontal, plus que ne porte la regle génerale que j'avois posée dans l'article 88. qui est néanmoins l'unique qui avoit esté assignée jusques icy par les Auteurs.

XCIV. *Expression geometrique de la force de ces bastons.* Si l'on fait vn peu de réflexion sur cecy, on verra bien qu'il se peut prendre une si petite partie du bâton, qu'elle tirera autant (& même davantage) eſtant verticale qu'eſtant horizontale. Imaginons donc que la partie B 4. ou *b* 4. (dans les mêmes figures des pages 152. & 154.) eſt celle qui eſt également tirée dans l'une & dans l'autre poſition. Enſuite ſi l'on allonge le baſton juſqu'en C, & *c* des mêmes figures , il faut examiner combien il ſera tiré eſtant horizontal , & combien eſtant vertical. Imaginant le baſton compoſé d'une infinité de parties. , dont les filamens aillent de bout en bout ; ſoit tirée la Parabole A D G, & la tangente A E , la parallele à l'axe B D , en ſorte que



A B soit égale à la longueur de ~~la partie du~~ bâton B 4. ou *b* 4. Soit de plus tirée la ligne droite A C F, en sorte que le triangle rectiligne A C B soit égal à l'espace parabolique A D B. Aprés cela, ſoit priſe A E égale à la longueur de tout le bâton B C, ou *b c*, & tirée la parallele E F G, je dis que le triangle A E F repreſentant la force de la traction dans le baſton vertical, (comme le triangle ABC repreſente la traction dans la ſeule partie B) l'eſpace parabolique A G E repreſentera la traction dans le baſton horizontal.

L'effet ſera toûjours le même, ſoit que la force ſoit ramaſſée dans une ſeule corde, qui enfile toutes les parties du long du bâton, ou qu'elle ſoit diſtribuée entre pluſieurs cordes. Car il eſt aiſé de voir

XCV. *La réſiſtance eſt la même, ſoit qu'elle ſoit reünie en un ſeul filament, ou qu'elle ſoit diviſée entre pluſieurs.*

que si la force ou la résistance qui estoit dans la seule corde du milieu *A b*, estoit divisée dans les deux cordes des extrémitez *o e*, également éloignées du milieu *b*, ou bien dans les trois *o b e*, ou dans tant que l'on voudra, qui soient rangées également de part & d'autre par dessus & par dessous le milieu ; il est, dis-je, aisé de voir que le poids *d* surmontera également toute cette résistance réünie au milieu, ou divisée au tour du milieu : Car ce qui se gaigne de force dans les cordes de dessus en s'éloignant du point d'appuy

puy *e*, se perd dans les cordes de dessous, qui s'approchent du même point d'appuy *e*.

XCVI. *On ne sçauroit donner une regle générale pour la résistance de tous les corps.*

Davantage, en tout ceci nous avons supposé que ce qui fait la liaison des parties de ce baston, estoient comme des cordes qui enfilent tout le long toutes les parties du baston, en sorte que ces cordes estant tirées par un bout, sont aussi tirés par l'autre bout. Mais cela n'est pas ainsi, & sans doute les filamens qui lient les parties du bois, ou des autres corps qui se cassent, ne vont pas librement de bout en bout ; mais au contraire, il eſt certain qu'ils ſont fort courts, dans les uns plus, & dans les autres moins, ſelon que les corps ſont plus ou moins bruſques. Et comme il n'eſt pas poſſible de ſçavoir cette longueur, dont la diverſité change infiniment les proportions des forces & des réſiſtances ; je ne crois pas auſſi qu'il ſoit poſſible de donner une regle génerale, pour déterminer ces proportions dans les corps particuliers.

XCVII. *Une corde tirée se rompt au milieu.* On peut néanmoins faire quelque réflexion, pour voir l'endroit où les corps ſe doivent rompre en ployant, ou eſtant tirez. Premiérement, une corde tirée par quelque force étrangere doit ſe rompre au milieu préciſément, parce que la traction ſe diſtribuant pat tout également, la rupture doit ſe faire dans l'endroit de la corde le plus foible. Or cét endroit eſt juſtement au milieu; parce que vers les extrémitez, les filamens ſont attachez aux endroits où les bouts de la corde ſe tiennent; ainſi ils peuvent réſiſter davantage, & tenir plus fortement les filamens qui ſuivent, & qui s'embaraſſent avec ces premiers : de-ſorte que ces ſeconds filamens tiendront mieux que les troiſiémes, & ceux-cy mieux que les quatriémes, & ainſi des autres, juſqu'à ceux du milieu.

XCVIII. Où ſe rompent les autres corps.

Par même raiſon, ſi les filamens qui lient les parties des corps eſtoient entrelaſſez comme dans les cordes, & alloient librement de bout en bout, ces corps tirez ſe romproient auſſi au milieu: mais puiſque ces filamens ne vont pas ainſi de bout en bout, il faut que ces corps ſe rompent dans l'endroit où ſe fait la traction la plus violente ; &

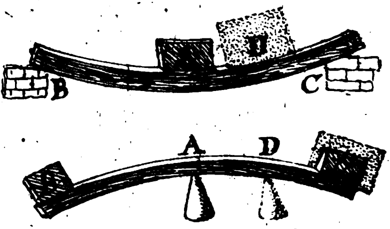
il faut maintenant recher-
cher où se fait une telle traction.

Si l'on prend un baston par les deux bouts, & qu'on le fasse ployer, en mettant le genouïl au milieu entre les deux mains, la plus grande traction se fera au milieu sur le genouïl : Car il est bien manifeste que les parties qui sont au milieu sur le genouïl dans le costé convexe, sont tirées en deux sens opposez, les unes vers la main droite, & les autres vers la main gauche ; au lieu que les parties qui sont dans la moitié du baston, qui est vers la main droite, XCIX. *Bastons que l'on rompt sur le genouïl.*

ne sont tirées proprement qu'en un sens : ainsi la division, ou la rupture se doit faire sur le genouïl ; outre que c'est-là où le levier estant plus long, donnera aussi plus d'avantage.

C. Poutres, ou Pierres appuyées par les deux bouts.

De même, s'il y a une poutre, ou une longue pierre appuyée sur deux



murailles B, C, & qu'au milieu A on pose un grand poids, qui fasse ployer cette poutre ou cette pierre, la rupture doit se faire au milieu A. Car il se fait ici une balance renversée ; & comme si dans la deuxiéme figure un baston estoit appuyé sur le pivot A, & qu'aux deux extrémitez il y eust deux poids égaux B, C, ce baston seroit courbé de même que si on le tiroit par les deux bouts avec les mains sur le genoüil, & la rupture se feroit au milieu : ainsi dans la premiére figure le poids pressant en A, les deux bouts B & C demeurant immobiles, le même effet doit s'ensuivre,

& la rupture doit ſe faire en A.

C I. *Poutres, ou Pierres preſſées hors du milieu.*

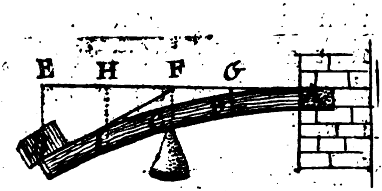
Si au lieu de mettre le poids (dans la premiére fig.) ou le genouïl) dans la deuxiéme) au milieu A, on le mettoit à coſté en D, il faudroit plus de force pour rompre le corps C B. Car dans la deuxiéme figure , afin que les filamens qui ſont en D ſoient tirez maintenant avec la même force que l'eſtoient ceux d'A, quand le ſoûtien y eſtoit, il faut que la force (ponctuée) appliquée ſur C, ſoit d'autant plus grande, que la diſtance C D eſt plus petite, en ſorte que comme

C D est à C A, ainsi soit la force qui tire quand l'appuy est en A, à la force (ponctuée) qui tire quand l'appuy est en D. Il est vray aussi qu'alors la force appliquée en B doit diminuer, d'autant plus que la distance B D augmente; mais on voit bien que cette distance B D ne peut augmenter au plus que du double, & qu'ainsi la force appliquée en B ne doit jamais diminuer tout au plus de la moitié pour tirer également en D, au lieu que la distance C D pouvant diminuer à l'infini, du double, du triple, du centuple, &

de toute autre proportion que l'on voudra ; on doit aussi augmenter du double, du triple, du centuple, & à l'infini, la force en C, afin qu'elle contrebalance à la force appliquée en B, & qu'elle tire la partie D avec la même violence que le premier poids C tiroit les parties A, lors que le soûtien y estoit. D'où l'on voit aussi qu'il faut bien plus de force, pour rompre un baston lors que le genouïl n'est pas au milieu entre les deux mains, que lors qu'il y est. Il en est de même à l'égard de la premiére figure. La proportion de ces forces, qui font ainsi le même effet, s'exprime en cette sorte. Les forces C & B (lorsque le soûtien est en D) sont ensemble aux forces C & B) lors que le soûtien est en A) comme le rectangle C A B au rectangle C D B.

CII. *Force des poutres ou des pierres.* Figure de la page suivante.

Mais si un baston, où une poutre, ou quelqu'autre corps, est attaché à une muraille par un bout A, & que par l'autre bout B on le presse, soit avec un poids qu'on mettroit par dessus, soit avec la main; la rupture se fèroit au milieu C entre A & B; supposé que les fi-



lamens qui en font la liaison fussent entrelassez, comme ils le sont dans les cordes, & que d'ailleurs ils allassent librement de bout en bout. Mais puisque ces filamens ne vont pas ainsi d'un bout à l'autre, la rupture se doit faire au milieu de la derniére partie vers A, parce que c'est-là que se fait la plus grande traction, tant à cause du plus grand poids qui y agit, lorsque tout le corps A B est pesant, qu'à cause que le levier y est plus long.

Le poids ou la force appliquée en B, tirera en bas toutes les parties du corps A B; comme s'il estoit suspendu de chaque partie L C D; & tout ce corps A B ayant, comme nous supposons, la faculté de ployer par tout; il se fait icy d'une façon renversée, ce qui se fait dans les cordes tenduës, ou plûtost dans les filets attachez par les deux bouts, sur lesquels seroient appuyées des lignes paralleles également pesantes & éga-

CIII. Ces corps se courbent en Parabole.

lement éloignées les unes des autres, qui contraindroient les filets de se courber en parabole, comme il a esté démontré dans l'article 76. Aussi en cette rencontre le corps A B se courbe en parabole, disposée à rebours de l'autre, comme il est assez aisé de le prouver, en appliquant ici les démonstrations de cét article 76. & des suivans, & en faisant voir que les tangentes A F, B F, ou quelques autres que cé soient, doivent se couper au milieu entre les deux points A & B, ou entre les autres par où l'on auroit tiré ces tangentes.

Voicy maintenant quelques propositions génerales touchant la *Résistance des solides*, dont la démonstration se peut faire geometriquement sur ce que nous venons d'établir, & dont chacun pourra tirer une infinité de Problêmes utiles & agréables. Nous supposons icy, pour plus grande facilité, que les corps dont nous parlons, & que nous comparons ensemble, sont des Prismes, dont les sections ou les bases sont des figures semblables, à moins que dans quelque cas particulier on ne dise expressé-

CIV. *Regles génerales de la Résistance des solides.*

ment quelque autre chose. Nous supposons aussi, si on ne s'explique autrement dans les cas particuliers, que tous ces corps sont unis en telle sorte qu'ils se rompent seulement au bout où ils sont attachez, comme s'ils y estoient arrestez par des cordes qui se rompissent à force de tirer ces corps.

CV. *Des corps attachez horizontalement par un bout.*

I. *Si les corps attachez par un bout sont d'égale grosseur, l'effort qu'ils font à se rompre par leur propre pesanteur, est en raison doublée de leur longueur.* Car dans la figure de la page 154. prenant tout le corps A c d'une part; & d'une autre part prenant ſeulement A *s*, dont la longueur ne ſoit par ex. que la 4ᵉ partie de la longueur A *c*; le corps A *c* agira contre *b* pour le rompre, comme s'il eſtoit ſuſpendu de ſon milieu *n* où eſt ſon centre de gravité, & le corps A *s* agira comme s'il eſtoit ſuſpendu du point 4. où eſt ſon milieu & ſon centre de gravité. Or A *n*. A. 4 : : A *c*. A *s*. Ainſi donc le corps A *c* agira plus fortement par cela ſeul, qu'il eſt appliqué plus loin que ne l'eſt A *s* : & cette augmentation d'action ou de force priſe de ce ſeul chef ſera comme la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'eſt-à-dire 4. fois plus grande. Mais d'autre part, le corps A *c* eſtant plus peſant, ſçavoir 4. fois plus que le corps A *s*, comme la longueur A *c* eſt 4. fois plus grande que la longueur A *s*; ce corps A *c* agira encore de ce chef avec plus de force ſelon la même raiſon de la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'eſt-à-dire, 4. fois plus fortement. Ainſi tout le corps A *c* agira en tout ſelon la raiſon priſe deux fois, (c'eſt-à-dire, ſelon la raiſon doublée) de la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'eſt-à-dire, que A *c* agira 16. fois davantage que ne fera A *s*. Et ſi ce qui tient ces corps en *b* eſtoient des cordes, il faudroit que les cordes qui tiennent le corps A *c* fuſſent 16. fois plus fortes.

II. *Si les corps ſont de même groſſeur, la force à ſoûtenir un fardeau, faiſant précision de ce que peut faire leur propre peſanteur, eſt ſimplement en raiſon réciproque des longueurs, en prenant la longueur depuis l'endroit où ils ſont attachez, juſqu'à l'endroit où eſt appuyé le fardeau.* Si le corps A *c* peut ſoûtenir ſur *c* un millier peſant, il pourra ſoûtenir ſur *s* quatre milliers ſans ſe rompre ; Car le même fardeau *d* poſé premiérement en *c*, & puis en *s*, agira plus fortement en *c* qu'en *s* dans la raiſon de la longueur A *c* à la longueur A *s*, c'eſt-à-dire, 4. fois davantage.

III. *S'ils ſont de même longueur, la force abſoluë à ſoûtenir un fardeau ſans ſe rompre, faiſant préciſion de ce que peut faire leur propre peſanteur, eſt en raiſon triplée des largeurs.* Comme ſi le corps A *c* a premiérement toute la largeur *c a*, & puis qu'on le di-

vife, & qu'on ne luy laiſ-
ſe que la largeur *e b*, par
ex. la moitié ; il eſt ma-
nifeſte qu'il ne tiendra
pas ſi fort dans la ſurfa-
ce qui n'a que cette pe-
tite largeur *e b*, que dans
la ſurface qui a la largeur
(deux fois) plus grande
e o; & que la difference
ſera comme ces ſurfaces,
ou en raiſon doublée des
largeurs *e b*, *e o*, c'eſt-à-
dire, du quadruple. Car
comme chaque point de
ces ſurfaces *e o* ou *e b*, eſt
uni à autant de points du
corps A par des fibres,
comme par autant de peti-
tes cordes qui l'y tiennent;
plus cette ſurface *e o* ſe-

ra grande à l'égard de la ſurface *e b*, plus auſſi ſera-t-elle attachée plus fortement, puis qu'elle y ſera attachée avec plus de fibres ou de cordes. De plus, à raiſon du levier, dont le centre eſt *e*, un bras eſt *c b*, l'autre bras, dans le corps *c o e*, eſt *e o*, & dans le corps *c b e*, c'eſt *e b*; le corps *coe* donne moins de priſe, & a plus d'avantage dans la même raiſon d'*e b* à *e o*, c'eſt-à-dire, du double. Ainſi la force entiére de tout le corps *coe* à celle du corps *c b e*, ſera en raiſon triplée d'*e o* à *e b*, c'eſt-à-dire, huit fois plus grande.

IIII. *S'ils sont de même longueur, l'effort qu'ils font à se rompre par leur propre pesanteur, est simplement en raison des largeurs.* Si les corps *c o e*, *c b e* étoient attachez seulement par des cordes en *o* & en *b*, il faudroit que les cordes d'*o* fussent deux fois aussi fortes que celles de *b*. Car à la verité tout le corps *c o e* a plus de pesanteur que le corps *c b e*, en raison doublée des largeurs *o e*, *b e*, c'est-à-dire, quatre fois plus. Mais à raison du levier, dont le centre est *e*, un bras *c e*, un autre bras, dans le corps *c o e* est *e o*,

& dans le corps *c b e*, c'est *e b*, l'effort du corps *c o e* est plus petit que celuy de *c b e* en raison d'*e o* à *e b*, c'est-à-dire, du double; ainsi tout l'effort du corps *c o e*, sera à l'effort du corps *c b e* simplement en raison d'*e o* à *e b*, c'est-à-dire, double.

V. *Dans les corps de même longueur, qui font effort de se rompre par leur propre pesanteur, la force respective, c'est-à-dire, la résistance qu'ils font pour ne point se rompre, à l'égard de l'effort que fait leur pesanteur: ou bien l'effort que fait la pesanteur à l'égard de* *de la force à résister, est en raison doublée des largeurs.* Car absolument parlant le corps *c o e* est plus fort que le corps *c b e*, en raison triplée d'*o e* à *b e*, par la 3ᵉ propos. de cét article. Mais aussi l'effort que fait la pesanteur du corps *c o e* contre *o e* est plus grand en raison simple d'*o e* à *b e*, par la 4ᵉ propos. Ainsi la force de tout le corps *c o e* comparée avec l'effort de sa pesanteur, est à la force du corps *c b e* comparée aussi avec l'effort de sa pesanteur, en raison doublée d'*o e* à *b e*.

VI. *En tout cecy, la longueur du bras vertical du* *levier se doit prendre depuis le point d'appuy e jusqu'à la hauteur du centre de gravité de la surface e b o.* Car comme chaque point de cette surface *e b o* tient avec une certaine force, & résiste à l'effort que fait l'autre bras, nous pouvons imaginer cette force, de chaque point, comme une pesanteur qui le feroit aller vers le corps A comme vers son horizon: Ainsi le centre de cette espece de pesanteur seroit au même point, où est en effet le veritable centre de gravité de cette surface. Mais comme ce centre de gravité se trouve toûjours dans les figures ſemblables, dans une diſtance du point *e* proportionnée aux hauteurs *e b*, *e o*; on peut prendre indifferemment pour bras des balances, ou les hauteurs des ſurfaces, ou les diſtances, juſqu'au centre de gravité.

VII. *Dans tous les corps, de quelque longueur & de quelque largeur qu'ils ſoient, la force abſoluë eſt en raiſon composée de la raiſon triplée des largeurs, (ſi les ſections ſont des figures ſemblables, ou ſi elles ne le ſont point, de la raiſon des ſurfaces & de la raiſon des hauteurs, juſqu'au* centre de gravité,) & de la raison réciproque des longueurs.

VIII. Les corps appuyez par les deux bouts ont deux fois autant de force que ceux qui ne sont attachez que par un bout, & qui d'ailleurs auroient même grosseur & même longueur.

IX. Les regles précedentes sont veritables dans les corps appuyez sur les deux bouts, ayant égard à la force qu'ils ont à porter sur le milieu, sans s'y rompre.

CVI. *Des corps appuyez horizontalement sur les deux bouts.*

Fig. de la page 174.

X. Dans les corps de même longueur & de même grosseur, dont les uns portent un fardeau sur le point du milieu A, & les autres sur *un point* D *hors du milieu plus prés d'un bout que d'un autre ; les forces à porter ainsi sans se rompre faisant précision de leur propre pesanteur, sont réciproquement comme les rectangles des segmens* C A B, C D B. (101.)

XI. D'où il suit que *si le corps estoit de telle figure que sa section de bout en bout fust circulaire ou elliptique, & que les sections de travers fussent des figures semblables, il seroit par tout également fort.* Car ces sections de travers sont toûjours égales ou proportionnelles aux rectangles C D B.

XII. *Dans les corps inclinez, attachez par un bout,* CVII. *Des corps inclinez.*

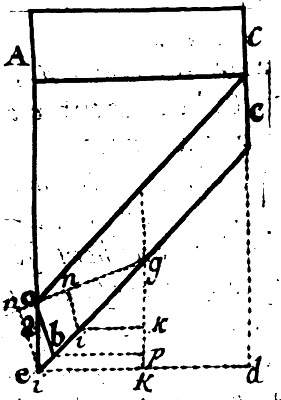
ou appuyez sur les deux bouts, les forces absoluës de leurs extrémitez sont comme dans les corps de même longueur horizontale, (c'est-à-dire, qui seroient terminez entre deux plans verticaux & paralleles) & dont les sections faites par un même plan vertical, seroient égales. Ainsi le corps incliné c a, a autant de force en e o, que l'horizontal *c* A, quoy-qu'il soit plus long & plus étroit, pourveû que tous les deux soient de même longueur horizontale, sçavoir que tirant *c d* verticale & *d e a* horizontale, on trouve *d e* égale

Figure de la page 200.

à *c* A : & que d'ailleurs la surface e o soit aussi égale à la surface *e a*, & *c* à c, & la hauteur *e o* à la hauteur e o.

XIII. *Déterminer l'endroit où un corps incliné attaché par un bout se doit rompre, en considérant toutes les parties de ce corps unies en long par les mêmes filamens qui les traversent de bout en bout.* De l'extrémité o de la surface d'enhaut au point *g* de la surface d'enbas, où est la ligne de direction de tout ce corps, tirez la ligne droite o *g*, sur laquelle soit perpendiculaire o *b*; je dis que le corps

Figure de la page suivante.

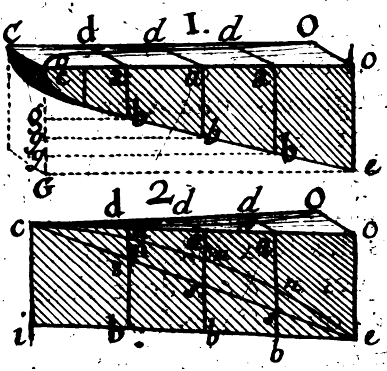


se doit rompre en o *b*: Car imaginant le point *b* comme le centre d'un levier, dont un bras seroit *b p*, sur lequel est appuyé tout le poids du corps a c, & l'autre bras seroit *b* o, qui résisteroit à la division. De même imaginant un autre point, quel qu'il soit, *i*, plus haut ou plus bas dans la même surface, comme centre d'un autre levier *k i o*; s'il se trouve toûjours que *p b* ait plus grande raison à *b o*, que *k i* n'en a à *i o*, c'est-à-dire, que le bras *i o* soit plus grand à l'égard du bras *i k*, que *b o* ne l'est à l'égard de *p b*; il sera vray aussi que le poids *a c* agira plus fortement dans le levier *p b o*, que dans le levier *k i o*. Or cela se trouve en effet; car tirant *i n* parallele à *b o*, ou perpendiculaire à *g o*, il sera toûjours vray que *p b*.*b o*:: *k i*.*i n*, à cause que tant *p b*, *k i*, que *b o*, *i n*, ſont comme *g b*, *g i*. (Geom. 6. 43.) Or *i o* eſt toûjours plus grande que *i n*, (Geom. 2. 19.) puis que par la ſuppoſition *i n* eſt perpendiculaire : ainſi *i o* ſera toûjours plus grande à l'égard de *k i*, que *b o* ne l'eſt à l'égard de *p b* ; & par conſequent la ſurface en *i o* eſt plus forte, & réſiſte plus au bras *i k*, que ne fait la ſurface *b o* au bras *p b* ; c'eſt donc en *b o* que ce corps eſt le plus foible, & c'eſt-là auſſi qu'il ſe doit rompre.

CVIII. *Conſole parabolique éga-* Suppoſant encore que toutes les parties du corps ſont également fortes, & également diviſibles à proportion de leur grandeur; imaginons une Conſole, dont la ſurface d'enhaut, ſoit un parallelogramme *o* C, les ſurfaces paralleles des deux coſtez paraboliques *o c b e*; dont l'axe *o c*, ou O C, le ſommet *c*, ou C, les appliquées verticales *o e*, *a b*; cette Conſole ſera également forte par toutes ſes parties à porter un fardeau ſur l'extrémité *c* C, faiſant préciſion de ce que peut faire ſa propre peſanteur. Car prenant la ſurface *b a d*, le bras *b a*, dans la balance *a b g*, ſera plus grand à

lement forte par toutes ſes parties.

Figure 1. de la page ſuivante.



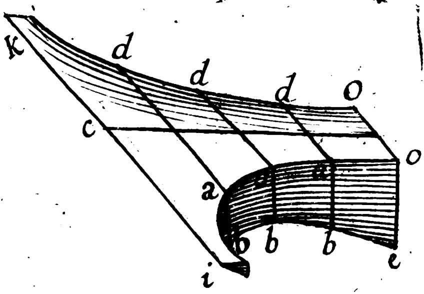
l'égard du bras *b g*, que le bras *e o* ne l'est à l'égard du bras *e* G, dans la balance *o e* G ; & cette difference est en raison sousdoublée des longueurs *c a*, *c o*, c'est-à-dire, en raison de *b a*, *e o*, suivant la nature de la Parabole. Mais d'ailleurs auſſi la ſurface *b a d* eſt plus foible que la ſurface *e o* O, en même raiſon d'*e o*, *b a*. Ainſi la foibleſſe de la ſurface *b a d* eſtant compenſée par la grandeur du bras *b a*, cette ſurface *b a d* doit réſiſter au poids qui agiroit par le bras *b g* autant que la ſurface *e o* O réſiſte au même poids qui agit par le bras *e* G.

CIX. *Conſole triangulaire également forte par tout.*

De même, ſi une autre Conſole a les deux ſurfaces de deſſus & de deſſous égales, paralleles & triangulaires, & les ſurfaces des coſtez parallelogrammes *o e i c*, en ſorte que *o e*, *i c*, ſoient ver- Figure 2.

ticales, cette Console sera aussi également forte par tout à porter un fardeau sur *c*; car le fardeau agiroit contre la surface *b a d* plus foiblement que contre la surface *e o*, comme *b i* est plus court que *e i*; mais aussi la surface *b a d* tiendroit moins que la surface *c o* O, comme *a d* est plus court que *o* O, c'est-à-dire, comme *i b*. *i e*.

CX. *Console hyperbolique également forte par tout.* De même, si la surface d'enhaut est un plan terminé par deux hyperboles asymptotes *o a a*, *o d d*, & par la droite asymptote *i k*, la surface d'enbas un plan *e i k*, les



surfaces des costez courbes faites par des verticales *a b*, *a b*, & *d*, *d*; cette Console sera aussi également forte par tout à porter un fardeau sur le point *c*, ou sur toute la ligne *i k*, pourveû que ce fardeau soit également étendu par-deçà & par-delà le point *c*; car suivant la nature de l'hyperbole, toutes les surfaces *bad*, paralleles à la surface *eoO*, sont toûjours égales, & les balances *oeG*, *abg* toûjours semblables.

CXI. *Pyramide horizontale également forte par tout.*

Mais si dans la fig. 2. de la page 204. on imagine une sorte de Pyramide *cne*, dont les sections *nan*, paralleles à la base *eoO*, soient semblables, & la section verticale *cne*, soit une parabole, dont l'axe est *ci*; cette Pyramide posée horizontalement sera également forte par tout, ayant égard à l'effort que fait sa propre pesanteur : Car l'effort de la partie *can* à l'effort de tout le corps *coe*, ayant égard à la seule pesanteur, est en raison composée des longueurs *c a*, *c o*, & des surfaces *n a n*, *e o O*; (car ces corps *c o e*, *c a n*, sont toûjours la cinquiéme partie des Prismes qui ont même base *e o O*, ou *n a n*, & même longueur *o c*, où *a c*, & par consequent sont comme ces Prismes en raison composée des longueurs *o c*, *a c*, & des surfaces *e o O*, *n a n*) & ayant égard aux leviers, dont les centres seroient *n* ou *e*, un bras *n a* ou *e o*, un autre bras égal à la distance *a c* ou *o c* (ou à la sixiéme partie de cette distance, où l'on peut démontrer que se trouve le centre de gravité des corps *can*, *coe*,) l'effort de la partie *can* à l'effort de tout le cors *coe*, eſt réciproquement comme *ca*, *co*; ainſi tout l'effort de ces corps, tant à raiſon de la peſanteur, qu'à raiſon du levier, eſt en raiſon des ſurfaces *nan*, *eoO* : mais auſſi la force, ou la réſiſtance des ſurfaces *nan*, *coO*, eſt comme les ſurfaces mêmes *nan*, *eoO*.

CXII. *Pyramides verticales également fortes par tout.*

Nous pouvons conſiderer maintenant une Pyramide poſée verticalement comme les pointes des clochers, & examiner la force qu'elles ont à réſiſter au vent, & à ſe soûtenir. Si c'est une Pyramide, dont la section par l'axe soit rectiligne, comme *e s c o*, & que nous fassions précision de la pesanteur, considerant seulement la liaison qu'ont les parties entre-elles; elle sera également forte par tout, pour résister au vent qui feroit effort pour l'abbatre : Car la force du vent qui souffle sur toute la surface *o e s c*, est à la force du vent qui souffle sur la partie *a s c*, comme toute la surface *o e s c* à la partie *a s c*, c'est-à-dire, en raison doublée de *o c*, *a c* : mais aussi la force qui tient les surfa-

Fig. 2. de la page 204.

ces *e o O*, *s a d* eſt comme ces ſurfaces mêmes, c'eſt-à-dire, en raiſon doublée de *e o*, *s a*, ou de *o c*, *a c*; & d'ailleurs les balances *c e o*, *c s a* ſont ſemblables, en prenant pour un de leurs bras *c e*, & *c s*, ou bien leur tiers, où ſe trouve le centre de gravité des ſurfaces *c e o*, *c s a*, contre leſquelles le vent ſouffle.

CXIII. *Tour parabolique également forte par tout.* Fig. 1. de la Page 204.

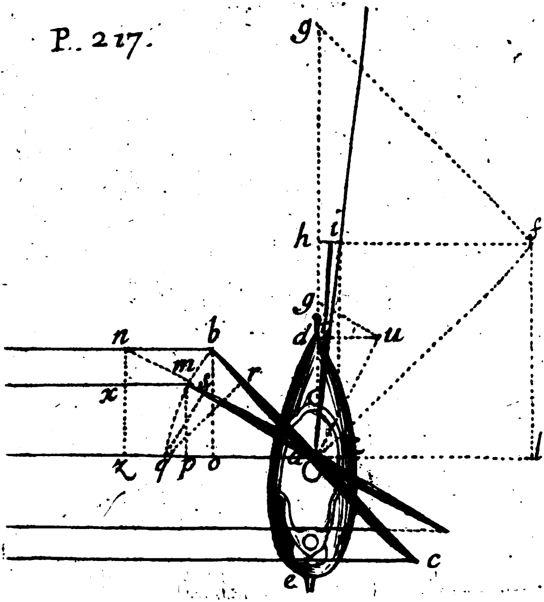
Si la ſection par l'axe de la Pyramide eſt la parabole *c b e*, dont l'axe eſt *c o*, cette Pyramide ſera également forte par tout pour réſiſter au vent, ayant égard à la force de la peſanteur des parties qui résistent par leur propre poids. Car la force du vent qui souffle sur toute la surface parabolique *oebc*, est à la force du vent qui souffle sur la partie *a b c*, comme toute cette surface à cette partie, ou en raison composée de *c o*, *c a*, & de *o e*, *a b*: & ayant égard aux leviers, dont un bras seroit la hauteur *o c*, ou *a c* (ou bien la distance, qui est toûjours proportionnelle à cette hauteur, jusqu'au centre de gravité de ces surfaces paraboliques, & par consequent de la force du vent) & l'autre bras seroit *o c*, ou *ab*; l'effort du vent seroit plus grand contre *o e* que contre *a b*, en raison de *o e*, *a b*; de-sorte que tout l'effort du vent, tant à raison de la grandeur des surfaces sur lesquelles il souffle, qu'à raison du levier, est toûjours en raison composée de *o c*, *a c*, & de la raison doublé d'*o e*, *a b*. Mais aussi la résistance, ou la force des surfaces *e o O*, *b a d* est comme la pesanteur des corps *e o c*, *b a c*, c'est-à-dire, en raison composée de la raison d'*oc*, *ac*, & de la raison doublée d'*oe*, *ab*.

CXIV. *Endroit le plus foible*

On voit bien par là que la Pyramide *o c s e* est plus forte vers le bas *o e*, que vers le haut *a s*, ou a s, si l'on a égard à la résistance que fait en effet la pesanteur : Mais si la Pyramide est coupée vers la pointe en a s, elle sera plus forte vers le bas & vers le haut, que vers un endroit de l'entre-deux : & c'est un probleme assez beau, que de déterminer l'endroit où cette Pyramide est ainsi le plus foible, & où par consequent le vent la doit rompre, & l'abbatre. Voicy comme le Probleme se propose. *Une Pyramide épointée* a s *e o estant donnée, trouver la section s a s*

d'une Pyramide épointée.

P. 217.



Toutes ces connoiſſances peuvent eſtre de grand uſage dans l'Architecture & dans les autres Arts ; & ſi des ouvriers aidez ſeulement par une longue experience & par un bon ſens, peuvent juger de la fermeté ou des défauts d'un baſtiment & de choſes ſemblables ; il n'y a point de doute, que ſi ce bon ſens & cette longue pratique eſt aidée de ces connoiſſances de Méchanique, ils pourront juger avec incomparablement plus d'aſſeûrance ; ils trouveront mieux les remedes aux inconveniens qui ſe preſenteront ; ils

CXV. *Application des regles de Méchanique au mouvement d'un vaiſſeau.*

prendront leurs précautions avec plus de seûreté, & s'épargneront sans doute bien des frais inutiles. Ce discours, qui ne doit contenir que les regles génerales, ne semble pas permettre qu'on en fasse icy une application particuliére ; mais je croy qu'on ne sera pas marry de voir dans un exemple quelque essay de l'usage que l'on peut faire des Méchaniques, pour expliquer la Nature, & pour perfectionner les Arts. Je prens donc pour sujet le mouvement d'un Vaisseau, qui est sans doute un des plus beaux ouvrages de l'Art,

& où l'induſtrie des hommes ſemble le mieux ménager les loix méchaniques de la Nature.

Conſiderons donc un vaiſſeau *d a e*, dont la grande vergue *b c* ſoûtienne la voile dans la même ſituation, tandis que le vent ſouffle de coſté *n b*, *z a*. Tirons la perpendiculaire à la vergue, ſçavoir *a f*, & une autre ligne ſuivant la quille du vaiſſeau *a d g*, une troiſiéme *f g*, parallele à la vergue ou à la voile. Suivant ce qui a eſté démontré au diſcours du Mouvement local §. 28. l'effort du vent pouſſeroit la vergue CXVI. *Démonſtration du chemin d'un vaiſſeau pouſſé par un vent de coſté.*

vers af; & si le vaisseau estoit tout rond comme une boule, se pouvant mouvoir indifferemment de tous costez avec la même facilité, il seroit meû en cette rencontre vers af, puis que c'est de ce costé-là qu'il seroit poussé par le vent. Mais le vaisseau estant plus long que large, & ayant plus de facilité à se mouvoir le long de la quille vers ag, qu'à se mouvoir de costé vers al, il avancera plus vers g que vers l, selon que cette facilité sera plus grande. Supposons donc qu'il se meuve cent fois plus aisément le long de la quille que de costé, & qu'il faille cent fois plus de force à le pousser de costé d'*a* vers *l*, qu'à le pousser de la poupe *e* vers la prouë *d*; achevons le rectangle *f h a l*, prenons *h i* la centiéme partie de *h f*; je dis que le vaisseau ira sur la ligne *a i*: car l'impression qui le porte vers *a f* se peut entendre composée de deux, dont l'une le porte le long de la quille vers la ligne *h f*, & l'autre de costé vers *l f*; (Mouv. local §. 25.) mais comme cette impression du costé ne peut agir que de la centiéme partie, il est clair qu'au temps que le vaisseau sera parvenu à la ligne *h f*, il n'aura fait de costé que l'espace *hi*, sçavoir, la centiéme partie de *h f*, qu'il auroit fait, s'il fust allé aussi librement de ce costé-là.

CXVII. *Autre démonstration de ce chemin.* L'on peut encore concevoir, que le vaisseau se meut sur la ligne *a g* comme sur un plan incliné ; car dans le triangle *a f g*, le vaisseau seroit porté par le vent directement vers *a f*, comme un poids vers l'horizon ; & supposant qu'il ne pust se mouvoir de costé, mais seulement le long de la quille, son impulſion le porteroit vers *g*, mais avec un degré diminué, en ſorte que ſi la force du vent eſtoit repreſentée par la ligne *a f*, l'impulſion n'agiroit vers *a g* que par la force exprimée par la ligne *a h*, ſuivant l'art. 51. parce qu'icy *a h* eſt à *a f*, comme *a f* à *a g*, ainſi le vaiſſeau iroit juſqu'en *h* par cette force du vent *a f*. Mais cependant le vaiſſeau n'eſtant pas tout-à-fait incapable de ſe mouvoir de coſté, & eſtant ſuſceptible de la centiéme partie de ce mouvement, il faudroit prendre *a k* la centiéme partie de *a f*, & tirer la parallele *k i* ; car ainsi l'on auroit *a i* le chemin du vaisseau, & l'on connoistroit en même temps qu'il auroit dérivé de l'espace *h i*.

En cecy nous ne comptons point ce que toute la masse du vaisseau, donnant de la prise au vent, peut contribuer pour faire dériver davantage ; nous supposons aussi que le gouvernail e, est tout droit suivant la quille.

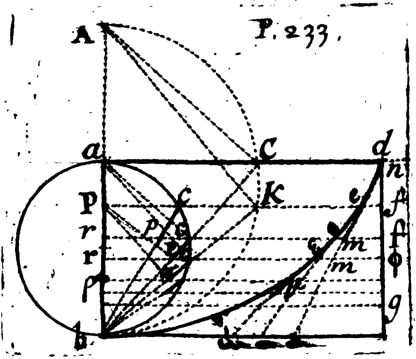
CXVIII. *Changement de biais des vergues & des voiles.* Considerons aprés cela que le vaisseau & le vent demeurant dans la même disposition, on change le biais de la vergue, & qu'elle est maintenant en *a m*, faiſant un angle plus aigu avec le vent. Tirons *a u* perpendiculaire à la vergue ; ce ſera ſelon cette ligne *a u*, que le vaiſſeau ſera pouſſé par le vent. (Mouv. local §. 28.) Tirons de plus *m p*, *b o* perpendiculaires au vent *a p* ; & ſoit priſe la longueur *a u*, en ſorte que *a f* ſoit à *a u*, en raiſon doublée de *b o* à *m p* ; tirons enfin *u d* perpendiculaire à la quille *a d*, ſur laquelle on prend la centiéme partie *d t* : Je dis que le vaiſſeau ira par la ligne *a t*, en même temps qu'il ſeroit allé par *a i*, ſi la vergue fuſt demeurée en *a b*. Car faiſant du centre *a* le cercle *b m q*, les perpendiculaires *q s*, *q r* (égales à *m p*, *b o*) meſureront la force du même vent *q a*, qui vient frapper ſur ces deux vergues (Mouv. local §. 24. 25. 26.) & comme *q s*, ou *m p*, eſt plus petite que *q r*, ou *b o*, auſſi la force du vent diminuë de ce ſeul chef, à proportion que cette ligne *m p*, eſt plus petite que *b a*: mais d'ailleurs la force du vent diminuë encore avec la même proportion d'un autre chef; car quand la vergue eſt en *a b*, elle eſt pouſſée par tout le vent qui eſt entre *b n* & *a z* ; au-lieu que quand elle eſt en *a m*, elle n'eſt pouſſée que par le vent qui eſt entre *m x* & *a z* ; ainſi ces deux forces diminuënt dans la même proportion que le font *n z* & *x z*, ou *b o* & *m p* ; de-ſorte que la force du vent, à tout prendre, diminuë deux fois dans la proportion de *b o* à *m p*, c'eſt-à-dire, dans la raiſon de *f a* à *u a*, qui ont eſté priſes en raiſon doublée de *b o* à *m p*. Donc la force du vent eſtant exprimée par *a f*, lorſque la vergue eſt en *a b*, cette force ſera exprimée par *a u*, lorſque la vergue ſera en *a m* ; ainsi le vaisseau seroit porté en *u*, s'il estoit également susceptible de tout mouvement : mais comme il se meut cent fois plus aisément selon la quille *a d* que de costé, il se mouvra vers *t*, selon ce qui a esté démontré auparavant.

CXIX. *Autres considerations de Marine.*

Par ces considerations on peut déterminer quel est le biais de la vergue, qui est le plus propre pour avancer chemin ; car plus la vergue est oblique vers le vent, moins le vaisseau dérive, mais aussi il avance moins ; au contraire, plus la vergue est droite au vent, plus le vaisſeau dérive, de-ſorte que la vergue pourra eſtre en telle diſpoſition qu'il dérivera autant qu'il avancera ; & même aprés qu'on eſt venu à un certain angle, il eſt nuiſible de l'augmenter davantage, puis que pour lors le vaiſſeau en avanceroit moins ; & ce ſont ces angles que la Méchanique & la Geometrie peuvent parfaitement déterminer, auſſi-bien qu'une infinité d'autres Problemes conſiderables qui regardent la Marine : comme, par exemple, Deux vaiſſeaux eſtant donnez, & le vent qui ſouffle, déterminer le Rhumb

& le biais, qui eſt le plus propre à l'un pour pourſuivre l'autre, ou pour le fuir. Quand il faut aller à bandes, déterminer le meilleur biais qu'il faut prendre, & la grandeur des bandes. Déterminer quelle eſt la meilleure figure du vaiſſeau pour aller vîte, ou pour eſtre fort. Ce que peut faire le biais du gouvernail pour tourner les vaiſſeaux, pour les empeſcher de dériver, & pour les faire aller plus contre le vent. Pourquoy un vaiſſeau peut aller contre le vent, quand bien même les voiles ſeroient toutes roides, comme celles de la Chine, qui ſont de natte. Juſqu'à quel Rhumb de vent contraire on peut avancer ſans ſe détourner. Quel avantage l'on peut tirer de la flexibilité des voiles enflées, (en parabole.) A quoy bon les voiles latines ; & l'on peut démontrer qu'une voile latine, qui ſeroit échancrée en hyperbole, dont le mas & l'horizon ſeroient aſymptotes, auroit une force égale par tout en haut & en bas, pour faire pancher le vaiſſeau ſur le coſté, quand bien le mas ſeroit infiniment élevé, ou la voile infiniment étenduë de tous coſtez. Tout cela ſe peut ré-ſoudre par ces regles de Méchanique ; mais je croy que ce qui a eſté expliqué peut ſuffire pour le deſſein que je m'eſtois propoſé.

Comme il reſte icy quelques pages vuides, & que j'ay fait mention dans la Préface du mouvement uniforme qui ſe feroit dans une Cycloïde ; je veux indiquer la maniére dont je procede, pour démontrer cette uniformité, afin que quand M. Huygens aura publié ſa démonſtration, je puiſſe voir ſi j'ay eſté aſſez heureux pour concourir avec un ſi grand homme.



P. 233.
A
a
C
d
n
P
c
K
e
f
r
f
r
φ
m
m
ρ
g
b

PENDULE
dans une Cycloïde.

DU cercle *a c b* on fait la Cycloïde *d e* e *ε b*. *b ω* o *o g* eſt tangente. *d g*, *e o*, e o, *ε ω*, ſont diverſes tangentes. Je dis que *le mouvement d'un poids ſe fait toûjours en même temps par toutes ces tangentes d g, e o*, e o, &c. Car tirant des paralle-les *d a*, *f e c P*, f m e *p*, *φ* m *ε κ* p, &c. les tangentes *d g*, *e o*, e o, &c. ſeront égales, & également inclinées aux cordes *b P a*, *b p c*, *b* p c, &c. dans leſquelles cordes le temps eſt toûjours égal.

Les lignes *g d*, *g f*, *g* f, *g φ*, &c. ſont continuellement proportionnelles. Je dis que *le mouvement ſe fait en même temps par toutes les tangentes* *d f*, *e m*, e m, ε *μ*, &c. car comme le temps de la toute *d g* au temps de sa partie *d f*; ainsi le temps de la toute *e o* au temps d'une pareille partie *e m*.

Prenant deux progressions quelconques de ces tangentes, comme *d f*, *e m*, e m, &c. d'une part; & *e m*, e m, ε *μ*, &c. d'une autre; & imaginant qu'un corps commençant à descendre de *d*, se meut par *d f*, & puis par *e m*, e m, &c. & qu'un autre corps égal au premier, commençant par *e*, descend par *e m*, e m, ε *μ*, &c. Je dis, que *ces corps se mouvront en même temps dans les tangentes, qui seront dans un rang semblable de leur progression*, par ex. par la 3. e m de la progression *d f*, *e m*, e m, &c. & par la 3. ε *μ* de la progreſſion *e m*, e m, *ε μ*, &c. Car prenant les portions des cordes égales & également inclinées *a P*, *c p*, c p, *x π*, &c. continuons la 3. c p, (égale à e m) juſqu'à la rencontre d'*a d* au point C. Par le point C, tirons le cercle *b* G *A*. Si un poids deſcendoit par C c p, commençant par C, il arriveroit en c, en même temps qu'il parviendroit en *a*, s'il deſcendoit par *A a*, commençant par *A*; & continuant vers c p *b*, il parcourroit la ligne c p, en même temps que la ligne *a P* (car il eſt fort aiſé de voir que p *P* eſt parallele à c *a*) Or on ſçait que le poids fait le chemin c p en même temps, ſoit qu'il ait commencé à ſe mouvoir par la ligne C c, ou qu'il ſoit venu par les deux *a P*, *c p*; ainſi le temps que met le poids à parcourir cette 3ᵉ. c p, en deſcendant par les trois *a P*, *c p*, c p, eſt le même que celuy qu'il mettroit en *a P*, s'il deſcendoit par *A P*, en commençant par *A*. Mais le même poids met auſſi le même temps à parcourir la 3ᵉ. *κ π*, (de la 2ᵉ. progreſſion) quand il commence à deſcendre par *c p*, & qu'il continuë en ſuite par c p, *κ π*, car en prolongeant *π κ*, on rencontre le cercle *A* C K, dans la ligne *P c* K, comme il eſt aiſé de démontrer. Ainſi le temps par K *κ*, eſt égal au temps par *A a*, & le temps par *κ π* au temps par *a P*.

De-là il ſuit, que ſi l'on prend une progreſſion de termes infinis *d f*, *e m*, e m, *ι μ*, &c. allant vers le bas de la Cycloïde *b*; le mouvement s'y fera toûjours en même temps, de quelque endroit que le corps commence à deſcendre. Et comme les termes de cette progreſſion peuvent eſtre faits auſſi petits que l'on veut, en sorte que le premier *a P* ou *d f*, ne ſoit que la milliéme, ou la cent-milliéme, ou la cent-millionniéme partie du diametre *a b*; il eſt clair que tous ces termes de progreſſion eſtant des tangentes infiniment petites de la Cycloïde, ils peuvent paſſer pour la Cycloïde même; & qu'ainſi le mouvement par la Cycloïde ſe fait toûjours en même temps de quelque point que le corps commence à descendre. Si l'on veut, on peut réduire cecy à la démonstration des Anciens; car le mouvement qui se fait en ces tangentes qui vont ainsi en bas *d f*, *e m*, e m, &c. est toûjours plus court, que celuy qui se feroit par la Cycloïde *d e* e *ɛ*, &c. quoy-que en multipliant les termes de la progression, on s'approche infiniment de l'égalité; mais aussi, si les tangentes sont tirées en haut *e n*, e n, *ɛ r*, &c. le mouvement s'y fera en un plus grand temps que dans la Cycloïde.

Un poids suspendu du point *d* par une corde double du diametre *a b*, se ballançant entre deux Cycloïdes semblables *d e* e *ɛ*, & *d E* E, décriroit en bas une Cycloïde entiére, égale & semblable aux